

Использование элементов алгебры логики при обработке информации

«Если допоздна работаешь с компьютером и при этом пьешь много кофе, то утром просыпаешься в дурном настроении или с головной болью»

Определить значение истинности следующих высказываний.

1. 7 является простым числом, или 19 является простым числом.
2. $2 + 3 = 6$, и Архангельск расположен на Северной Двине.
3. Если 12 делится на 6, то 12 делится на 4.
4. 11 делится на 3 тогда и только тогда, когда 20 делится на 5.

Пример 4.12. Определите истинность составного высказывания $\overline{(A \& B)} \& (C \vee D)$, состоящего из простых высказываний:

- $A = \{\text{Принтер — устройство вывода информации}\};$
- $B = \{\text{Процессор — устройство хранения информации}\};$
- $C = \{\text{Монитор — устройство вывода информации}\};$
- $D = \{\text{Клавиатура — устройство обработки информации}\}.$

Указать элементарные высказывания, их составляющие, написать формулы данных высказываний и построить таблицу истинности. Указать, какие из высказываний равносильны:

- $S1$: «Если ученик 1 неверно сделал задачу или если ученик 2 просчитал задачу правильно, то и ученик 3 сделал это без ошибок»;
- $S2$: «Если ученик 1 правильно просчитал задачу, то либо ученик 2 ошибся, либо ученик 3 сделал ее верно»;
- $S3$: «Либо ученик 1 неверно просчитал задачу, либо ученик 2 решил ее верно в том и только в том случае, если ученик 3 решил ее верно».

Написать формулы и построить функции данных формул для следующих высказываний:

- $S1$: «Если a — четное число, а b — нечетное, то произведение a и b делится на 2»;
- $S2$: «Произведение чисел a и b делится на 2 в том и только в том случае, если a и b четные»;
- $S3$: «Если каждое из чисел a и b нечетно, то их произведение не делится на 2»;
- $S4$: «Произведение чисел a и b не делится на 2 в том и только в том случае, если a и b нечетные».

Какие из формул $S1$, $S2$, $S3$, $S4$ равносильны?

В школе разбито окно. Один свидетель говорит: «Если виновен Борис, то виновен и Дмитрий», — другой: «Если виновен Дмитрий, то виновен и Борис», — а третий: «Виновен только один из них — либо Борис, либо Дмитрий». Могут ли они все трое лгать? Могут ли они все трое говорить правду?

Три ученика, Саша, Коля и Вова, прогуляли информатику. Когда их спросили, кому пришла в голову эта идея, они ответили следующее.

- Саша: «Я никогда не призывал к прогулу, это была идея Коли».
- Коля: «Я никогда не предложил бы это первым, во всем виноват Вова».
- Вова: «Эта идея пришла в голову Коле. Я просто пошел за компанию».

Учитель почувствовал, что двое учеников говорят правду наполовину, а один лжет. Кто из учеников был инициатором прогула?

Накануне олимпиады по математике ученики разных классов высказали следующие предположения по поводу победы своих представителей.

- 10 «А»: Максим победит, Борис займет второе место.
- 10 «Б»: Борис — третий, Николай — первый.
- 10 «В»: Максим — последний, а первый — Дмитрий.

Когда олимпиада закончилась, оказалось, что каждый из классов был прав только в одном из своих прогнозов. Какое место на олимпиаде заняли Дмитрий, Николай, Борис, Максим?

Классный руководитель пожаловался директору, что у него в классе появилась компания из трех учеников, один из которых всегда говорит правду, другой всегда лжет, а третий говорит через раз то ложь, то правду. Директор знает, что их зовут Коля, Саша и Миша, но не знает, кто из них правдив, а кто — нет. Однажды все трое прогуляли урок астрономии. Директор знает, что никогда раньше никто из них не прогуливал астрономию. Он вызвал всех троих в кабинет и поговорил с мальчиками. Коля сказал: «Я всегда прогуливаю астрономию. Не верьте тому, что скажет Саша». Саша сказал: «Это был мой первый прогул этого предмета». Миша сказал: «Все, что говорит Коля, — правда». Директор понял, кто из них кто. Определите, кто «говорит всегда правду», «всегда лжет», «говорит правду через раз».

В состав инициативной группы класса входят Рома, Сергей и Виктор. На обсуждении распределения обязанностей с классным руководителем были высказаны предположения, что старостой будет назначен Рома, Сергей не будет заместителем, а Виктор будет утвержден редактором, но старостой не будет. Позже выяснилось, что только одно из этих четырех утверждений оказалось верным. Перечислите, кто занял должности старосты, заместителя и редактора.

Преподаватель проверил работы трех учащихся, но не взял их с собой на занятия. Учащимся он сказал: «Вы все получили разные оценки — 3, 4, 5. У Васильева не 4, у Сергеева не 5, а вот у Алексеева, по-моему, 4». Впоследствии оказалось, что преподаватель верно высказался об оценке только одного учащегося. У кого какая оценка?

При составлении расписания на понедельник преподаватели просили, чтобы уроки проходили в следующем порядке:

- а) математика — первым или третьим уроком;
- б) история — первым или вторым;
- в) литература — вторым или третьим.

Можно ли удовлетворить просьбы всех трех преподавателей и каким образом, если это возможно?

Мама, прибежавшая на звон разбившейся вазы, застала всех трех своих сыновей в совершенно невинных позах: Саша, Ваня и Коля делали вид, что происшедшее к ним не относится. Однако футбольный мяч среди осколков явно говорил об обратном.

— Кто это сделал? — спросила мама.

— Коля не бил по мячу, — сказал Саша. — Это сделал Ваня.

— Разбил Коля, Саша не играл в футбол дома, — ответил Ваня.

— Так я и знала, что вы друг на дружку сваливать будете, — рассердилась мама. — Ну, а ты что скажешь? — спросила она Колю.

— Не сердись, мамочка! Я знаю, что Ваня не мог этого сделать. А я сегодня еще не сделал уроки, — сказал Коля.

Оказалось, что один из мальчиков оба раза солгал, а двое в каждом из своих заявлений говорили правду. Кто разбил вазу?

Пытаясь вспомнить победителей прошлогоднего турнира, пять бывших зрителей турнира заявили:

- 1) Антон был вторым, а Борис пятым;
- 2) Виктор был вторым, а Денис третьим;
- 3) Григорий был первым, а Борис третьим;
- 4) Антон был третьим, а Евгений шестым;
- 5) Виктор был третьим, а Евгений четвертым.

Впоследствии выяснилось, что каждый зритель ошибся в одном из двух своих высказываний. Каково было истинное распределение мест в турнире?

Аня, Саша, Лена, Вася и Миша стали победителями олимпиад по физике, математике, астрономии, литературе и географии. Известно, что:

- 1) победитель олимпиады по астрономии учит Аню и Сашу разбираться в звездах;
- 2) Лена и Вася тоже заинтересованы астрономией;
- 3) Саша не очень любит физику;
- 4) Лена, Саша и победитель по литературе занимаются плаванием;
- 5) Саша и Лена поздравили победителя по математике;
- 6) Аня сожалеет о том, что у нее мало времени на литературу.

Победителем какой олимпиады стал каждый из ребят?

В школьном первенстве по настольному теннису в четверку лучших вошли девушки Наташа, Маша, Люда и Рита. Самые горячие болельщики высказали свои предположения о распределении мест в дальнейших состязаниях. Один считает, что первой будет Наташа, а Маша — второй. Другой болельщик на второе место прочит Люду, а Рита, по его мнению, займет четвертое место. Третий любитель тенниса с ними не согласился. Он считает, что Рита займет третье место, а Наташа будет второй. Когда соревнования закончились, оказалось, что каждый из болельщиков был прав только в одном из своих прогнозов. Какое место на чемпионате заняли Наташа, Маша, Люда, Рита?

В первом туре школьного конкурса «Эрудит» в четверку лучших вошли: Дима, Катя, Миша и Нина. И конечно, болельщики высказывали свои предположения о распределении мест во втором, финальном туре. Один считал, что первым будет Дима, а Миша будет вторым. Другой болельщик выразил надежду на то, что Катя займет четвертое место, а второе место достанется Нине. Третий же был уверен в том, что Катя займет третье место, а на втором месте будет Дима. В результате оказалось, что каждый из болельщиков был прав только в одном из своих прогнозов. Какие места заняли Дима, Катя, Миша, Нина?

Алеша, Витя и Игорь после уроков нашли на полу в кабинете физики маленькую гирьку. Каждый из них, рассматривая находку, высказал два предположения. Алеша сказал: «Эта гирька из латуни, и весит она, скорее всего, 5 г». Витя предположил, что гирька сделана из меди и весит 3 г. Игорь же считал, что гирька не из латуни и вес ее 4 г. Учитель физики обрадовался, что пропажа нашлась, и сказал ребятам, что каждый из них прав только наполовину. Из какого металла — латуни (Л) или меди (М) — изготовлена гирька и каков ее вес?

В олимпиаде по информатике участвовали пять учеников — Вася, Гриша, Иван, Саша и Юра. Об итогах олимпиады имеется пять высказываний:

- 1) выиграл Вася, а Юра поднялся на второе место;
- 2) Саша занял только второе место, а Вася был последним;
- 3) второе место занял Иван, а Гриша оказался третьим;
- 4) на первом месте был Гриша, а Юра был четвертым;
- 5) Юра был четвертым, а Иван вторым.

Известно, что в каждом высказывании одно утверждение верно, а второе — нет. Определите, кто занял второе место и на каком месте был Иван.

Пять человек (Артур, Максим, Настя, Олег и Рита) убирались в кабинете. Когда учитель их спросила, кто догадался протереть подоконники, ученики ответили следующее:

- Максим: «Ни я, ни Олег подоконники не мыли»;
- Артур: «Их помыли Максим или Настя»;
- Рита: «Один из ребят сказал правду, а другой обманул»;
- Олег: «Нет, Рита, ты не права»;
- Настя: «Это был Олег».

Учитель знает, что трое учеников всегда говорят правду, а двое лгут. Кто протер подоконники?