Лекция №9

Свойства сетей Петри. Анализ сетей Петри

Для моделирования вычислительных систем наибольший интерес представляют временные, стохастические и функциональные сети Петри (СП).

Временная СП характеризуется тем, что вводятся данные задержки при перемещении маркеров. Задержки можно относить к переходам или позициям.

Стохастическая СП характеризуется случайными задержками, в них возможно введение вероятностей срабатывания разрешенных переходов.

Функциональная СП характеризуется тем, что отражает не только последовательность событий, но и процессы обработки некоторого потока данных. Для этого в описание каждого перехода добавляется алгоритм обработки данных.

Цветная СП используется тогда, когда требуется отличать друг от друга некоторые группы маркеров. Например, детали разных типов.

Автоматная СП – это сеть, в которой каждый переход имеет только один вход и один выход.

Общие свойства сетей Петри

СП ***безопасна***, если безопасны все позиции сети. Позиция сети является ***безопасной***, если число фишек в ней никогда не превышает 1.

СП ***k-ограничена***, если все ее позиции k-ограничены. Позиция является ***k-ограниченной***, если количество фишек в ней не может превышать целое число k.

СП называется ***строго сохраняющей***, если общее число фишек в сети остается постоянной.

Достижимость СП заключается в возможности достижения заданных маркировок.

СП ***живая***, если все ее переходы являются живыми. Переход называется ***живым***, если из любого состояния, достижимого из начального, возможен переход в любое другое достижимое состояние.

Анализ сетей Петри

Существует два метода анализа СП:

1. дерево достижимостей;
2. матричные уравнения.

Дерево достижимостей

Дерево достижимости представляет множество достижимости СП.

Каждая i-я вершина дерева связывается с расширенной разметкой $\mu(i)$. В расширенной разметке число меток в позиции может быть либо неотрицательным целым, либо бесконечно большим. Бесконечное число меток обозначим символом ω. Каждая вершина классифицируется или как граничная, терминальная, дублирующая вершина, или как внутренняя. ***Граничными*** являются вершины, которые еще не обработаны алгоритмом. После обработки граничные вершины становятся либо терминальными, либо дублирующими, либо внутренними. ***Терминальные*** (пассивные) маркировки – это маркировки в которых нет разрешенных переходов. ***Дублирующие*** маркировки – это маркировки, ранее встречающиеся в дереве.

Алгоритм начинает свою работу с определения начальной разметки. До тех пор, пока имеются граничные вершины, они обрабатываются алгоритмом.

Пусть x – граничная вершина, которую необходимо обработать, и с которой связана разметка $\mu(x)$.

1. Если в дереве имеется другая вершина y, не являющаяся граничной, и с ней связана разметка $\mu(y)=\mu(x)$, то вершина x дублируется.
2. Если для разметки $\mu(x)$ ни один из переходов неразрешим, т.е. $\mu(x)$ тупиковая разметка, то x терминальная вершина.
3. Для любого перехода t_j, из множества T разрешенного в разметке $\mu(x)$, создать новую вершину z дерева достижимости. Разметка $\mu(z)$, связанная с этой вершиной, определяется для каждой позиции p_i следующим образом:

   а) если $\mu(x)_i=\omega$, то $\mu(z)_i=\omega$;

   б) если на пути от корневой вершины к x существует вершина y такая, что

   $\mu(y)\rightarrow^{tj}\mu(x)$, $\mu(y)<\mu(x)$ и $\mu(y)_i<\mu(x)_i$, то $\mu(z)_i=\omega$;

   в) в противном случае $\mu(z)_i=\mu(x)_i$.

Дуга, помеченная t_j, направлена от вершины x к вершине z. Вершина x переопределяется как внутренняя, вершина z становится граничной. Когда все вершины дерева становятся терминальными, дублирующими или внутренними, алгоритм останавливается.

Замечания.

1) СП ограничена тогда и только тогда, когда символ ω отсутствует в дереве.
2) СП безопасна, если число фишек в каждой позиции не может превышать 1.
3) СП живая, если в дереве отсутствуют зацикливания и тупики.

Приведем примеры анализа достижимости.

Пример 1. На рисунках 9.2-*а* представлено частичное и 9.2-*б* полное дерево достижимости для сети Петри на рис. 9.1

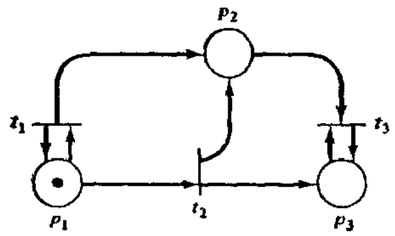
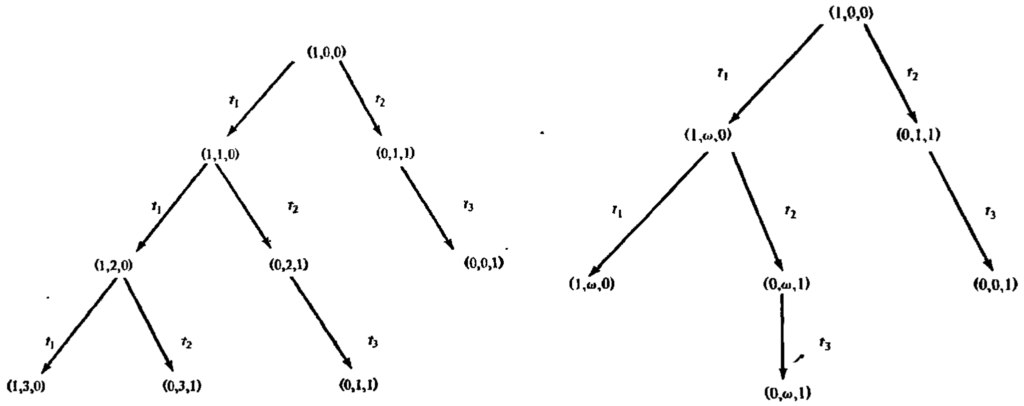


Рис. 9.1. Сеть Петри, для которой строится дерево достижимостей



а) *б*)

Рис. 9.2. Дерево достижимостей для сети Петри, приведенной на рис. 9.1.

Пример 2. Дерево достижимости сети Петри с рис. 9.3 изображено на рис. 9.4.

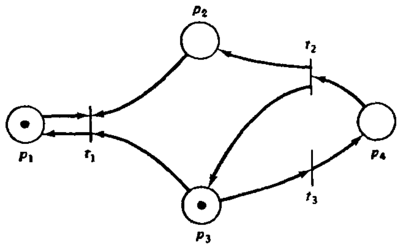


Рис. 9.3. Сеть Петри, для которой строится дерево достижимостей

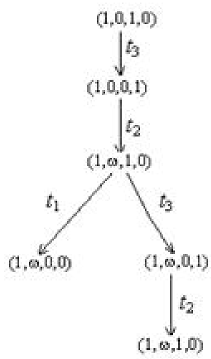


Рис. 9.4. Дерево достижимостей для сети Петри, приведенной на рис. 9.3.

Пример 3. Сеть Петри и граф достижимых разметок представлены на рис. 9.5 и рис. 9.6.

Сеть является неограниченной и живой, так как метки могут накапливаться в позиции p_5, срабатывают все переходы, тупики отсутствуют.

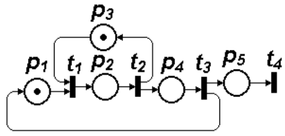


Рис. 9.5. Сеть Петри, для которой строится дерево достижимостей

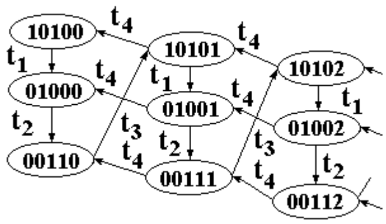


Рис. 9.6. Граф достижимости для сети Петри на рис. 9.5

Пример 4. Сеть Петри и граф достижимых разметок представлены на рис. 9.7 и рис. 9.8.

Сеть, моделирующая двухпроцессорную вычислительную систему с общей памятью, является безопасной, живой, все разметки достижимы.

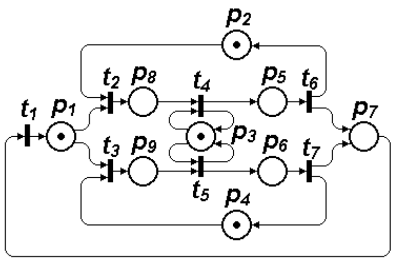


Рис. 9.7. Сеть Петри, для которой строится дерево достижимостей

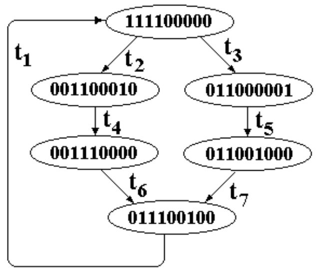


Рис. 9.8. Граф достижимости для сети Петри на рис. 9.7

Пример 5. На рис. 9.9 и рис. 9.10 представлены сеть Петри и ее граф достижимости.

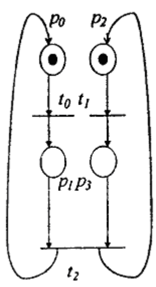


Рис. 9.9. Сеть Петри

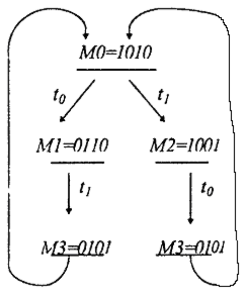


Рис. 9.10. Граф достижимости