Лекция 10

Анализ сетей Петри. Матричные уравнения

Рассмотрим матрицы:

$F=F(p_i,t_j)$. Элемент матрицы f_{ij} определяет количество дуг идущих от позиции p_i к переходу t_j.

$H=H(t_j, p_i)$. Элемент матрицы h_{ji} определяет количество дуг идущих от перехода t_j к позиции p_i.

Пусть вектор $e(j)$ – m-вектор, содержащий нули везде, за исключением j-й компоненты.

Переход t_j представляется m-вектором $e(j)$.

Введем в рассмотрение матрицу C, которая получается следующим образом:

$C=H–F^T$, где F^T – транспонированная матрица F.

Пусть размерность C равна n х m , где m и n – мощности множеств P и T.

Рассмотрим матричные уравнения:

$$yC=0, \tag{1}$$

$$Cx=0, \tag{2}$$

где y и x – векторы, размерность которых равна n и m соответственно.

Вектор y, удовлетворяющий решению уравнения (1), все элементы которого положительны, называется ***p-цепью***; p-цепь, все элементы которой больше нуля, называется ***полной p-цепью***. Аналогично на основе уравнения (2) определяются понятия ***t-цепи*** и ***полной t-цепи***. СП, для которой существует полная p-цепь, называется ***инвариантной***. СП, для которой существует полная t-цепь, называется ***последовательной***.

Для последовательности запусков переходов $\sigma = t_{j_1}, t_{j_2}, \ldots, t_{j_k}$ имеем:

$$\delta(\mu,\sigma)=\mu+f(\sigma)\cdot C.$$

Вектор $f(\sigma)=e(j_1)+e(j_2)+\ldots+e(j_k)$ называется ***вектором запусков*** последовательности $t_{j_1}, t_{j_2}, \ldots, t_{j_k}$.

$f(\sigma)_i$ – число запусков перехода t_i в последовательности $t_{j_1}, t_{j_2}, \ldots, t_{j_k}$.

Пример. Рассмотрим маркированную сеть Петри на рис. 10.1.

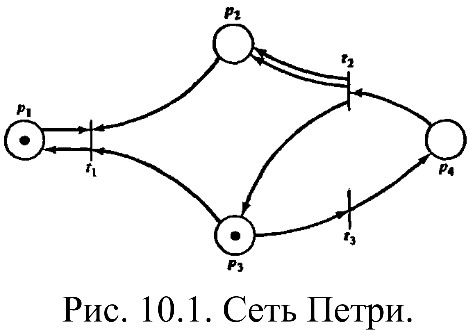

Рис. 10.1. Сеть Петри.

Матрицы F и H имеют вид:

$$F=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&1\\0&1&0\end{pmatrix} \text{ и } H=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&2&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Матрица F^T имеет вид:

$$F^T=\begin{pmatrix}1&1&1&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}.$$

Тогда

$$C=H-F^T=\begin{pmatrix}0&-1&-1&0\\0&2&1&-1\\0&0&-1&1\end{pmatrix}.$$

В начальной маркировке μ_0=(1,0,1,0) переход t_3 разрешен и приводит к маркировке

$$\mu_1=\mu_0+(0,0,1)\cdot C=(1,0,1,0)+(0,0,1)\cdot\begin{pmatrix}0&-1&-1&0\\0&2&1&-1\\0&0&-1&1\end{pmatrix}=$$

$$=(1,0,1,0)+(0,0,-1,1)=(1,0,0,1).$$

Последовательность запусков переходов $\sigma=t_3t_2t_3t_2t_1$ представляется вектором (1;2;2).

$$\mu`=(1,0,1,0)+(1,2,2)\cdot\begin{pmatrix}0&-1&-1&0\\0&2&1&-1\\0&0&-1&1\end{pmatrix}=(1,3,0,0).$$

Для определения того, является ли маркировка (1,8,0,1) достижимой из (1,0,1,0), имеем уравнение

$$(1,8,0,1)=(1,0,1,0)+x\cdot\begin{pmatrix}0&-1&-1&0\\0&2&1&-1\\0&0&-1&1\end{pmatrix}.$$

$$x=(0;4;5),\ \sigma=t_3t_2t_3t_2t_3t_2t_3t_2t_3.$$