

Разработка и реализация моделей исследования операций

Цель работы - ознакомиться с основами построения моделей исследования операций.

Порядок выполнения работы

При выполнении каждого задания необходимо записать постановку задачи; математическую модель задачи; решение задачи с помощью Python а также с помощью функции "Поиск решения" в Microsoft Excel. Сравнить результаты.

1. Задача об оптимальной загрузке машин и механизмов

На звеносборочной базе имеется двухконсольный козловой кран грузоподъемностью до 10 т и стреловой кран с двигателем внутреннего сгорания грузоподъемностью 6–25 т (в зависимости от вылета стрелы). С помощью этих машин за 8 часов необходимо произвести погрузку на платформы r_1 рельсов типа P_{50} и r_2 рельсов типа P_{65} длиной 25 п.м. Причем, один п.м рельсов типа P_{50} имеет массу 50 кг, рельсов типа P_{65} – 65 кг.

Двухконсольный козловой кран может погрузить рельсов типа P_{50} p_{11} т в час, рельсов типа P_{65} – p_{12} т в час. Стреловой кран может погрузить рельсов типа P_{50} p_{21} т в час и рельсов типа P_{65} – p_{22} т в час.

Стоимость работ, связанных с погрузкой 1 т двухконсольным козловым краном рельсов типа P_{50} , – c_{11} ден.ед., рельсов типа P_{65} – p_{12} ден.ед., стреловым краном рельсов типа P_{50} – c_{21} ден.ед., рельсов типа P_{65} – c_{22} ден.ед.

Требуется распределить загрузку между грузоподъемными машинами таким образом, чтобы они, работая одинаковое время (единым фронтом), выполнили заданный объем работ, и чтобы стоимость всех работ по погрузке была минимальной.

Вариант	r_1	r_2	p_{11}	p_{12}	p_{21}	p_{22}	c_{11}	c_{12}	c_{21}	c_{22}
1	860	760	160	170	180	200	17	18	21	24
2	870	770	165	175	185	205	18	19	22	25
3	880	780	170	180	190	210	19	20	23	26
4	890	790	175	185	195	215	20	21	24	27
5	900	800	180	190	200	220	21	22	25	28
6	910	810	185	195	205	225	22	23	26	29
7	920	820	190	200	210	230	23	24	27	30
8	930	830	195	205	215	235	24	25	28	31
9	940	840	200	200	200	240	25	26	29	32
10	600	900	150	160	180	180	8	10	12	14

2. Задача о добыче и производстве балласта

Для добычи и производства балласта песчаного, песчано-гравийного и

щебеночного используются следующие виды ресурсов: экскаваторы, бульдозеры и трудовые ресурсы. Объем имеющихся ресурсов, нормы расхода ресурсов для добычи и производства 1 тыс. м³ балласта песчаного, песчано-гравийного и щебеночного, а также прибыль от его реализации приведены в таблице 1.

Таблица 1

Исходные данные

Ресурсы	Затраты ресурсов на 1 тыс. м ³ балласта			Объем ресурсов
	песчаного	песчано-гравийного	щебеночного	
Экскаваторы, маш.-ч	a_{11}	a_{12}	a_{13}	b_1
Бульдозеры, маш.-ч	a_{21}	a_{22}	a_{23}	b_2
Трудовые ресурсы, чел.-ч	a_{31}	a_{32}	a_{33}	b_3
Прибыль, тыс. ден. ед.	c_1	c_2	c_3	

Потребность в балласте песчано-гравийном не превышает 8 тыс. м³, в балласте щебеночном – 5 тыс. м³. Определить объемы добычи и производства балласта песчаного, песчано-гравийного и щебеночного, обеспечивающие максимальную прибыль. Варианты заданий приведены в таблице 2.

Таблица 2

Варианты задания

Вариант	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{31}	a_{32}	a_{33}	b_1	b_2	b_3	c_1	c_2	c_3
1	20	22	32	6	4	8	30	50	42	250	72	450	40	30	35
2	18	24	25	10	6	9	30	50	43	270	80	500	18	15	17
3	16	32	32	9	4	6	40	60	44	290	80	530	10	12	11
4	17	25	32	9	5	9	42	55	50	300	82	550	8	6	8
5	18	32	27	9	6	8	43	60	52	310	84	560	8	6	7
6	19	32	22	9	5	4	44	60	50	320	86	550	10	12	15
7	13	27	24	8	4	6	50	30	50	230	50	610	6	10	12
8	14	29	27	9	5	4	52	30	34	240	52	600	8	5	6
9	15	27	26	7	4	4	54	32	30	230	50	620	6	10	8
10	16	28	40	8	6	3	55	30	65	250	54	700	7	6	5

3. Строящаяся линия разбита на четыре различных по протяженности участка, на которых производятся балластировочные работы. Имеются три балластных карьера, мощность которых достаточна для покрытия общей потребности участков в балласте и составляет соответственно a_1, a_2, a_3 тыс. м³ балласта. Потребность каждого участка в балласте равна соответственно b_1, b_2, b_3, b_4 тыс. м³. Карьеры и участки линии связаны между собой транспортной сетью. На основании этой сети установлены расстояния от каждого карьера до любого участка сети, условия перевозки и соответственно затраты на перевозку тыс. м³ балласта c_{ij} ($i = 1, 3, j = 1, 4$).

Требуется прикрепить балластные карьеры к участкам линии таким образом, чтобы полностью удовлетворить потребности участков в балласте

при минимальных общих затратах на перевозки. Исходные данные и варианты заданий приведены в таблицах 3 и 4.

Таблица 3

Исходные данные

Поставщики	Потребители				Мощность поставщиков, тыс. м ³
	1	2	3	4	
1	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{14}	a_1
2	c_{21}	c_{22}	c_{23}	c_{24}	a_2
3	c_{31}	c_{32}	c_{33}	c_{34}	a_3
Спрос потребителей, тыс.м ³	b_1	b_2	b_3	b_4	

Таблица 4

Варианты задания

Вариант	Стоимость												Мощность поставщиков			Спрос потребителей			
	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{14}	c_{21}	c_{22}	c_{23}	c_{24}	c_{31}	c_{32}	c_{33}	c_{34}	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	b_4
1	7	5	4	5	2	3	4	5	6	8	2	7	14	29	31	18	20	14	22
2	8	4	6	5	10	7	5	7	6	8	7	9	22	31	25	28	12	20	18
3	5	3	10	5	7	8	8	7	4	8	3	8	23	22	21	16	12	19	19
4	8	9	4	5	7	6	10	8	5	6	5	4	24	35	25	15	27	19	23
5	4	7	9	7	4	5	5	6	8	5	2	3	23	25	20	13	20	15	20
6	6	4	5	3	10	5	7	8	5	4	7	9	27	22	31	29	20	17	14
7	10	9	6	7	4	5	6	7	8	10	4	9	35	25	24	27	15	23	19
8	4	8	8	7	12	9	7	9	8	10	9	11	22	31	25	28	12	20	18
9	6	7	12	7	9	10	5	9	6	10	5	10	25	20	23	20	13	20	15
10	8	6	6	7	9	8	12	10	7	8	7	6	35	25	24	27	15	23	19

4. Задача о назначениях

Для дорог республиканского значения с облегченным покрытием межремонтный срок службы составляет 10 лет. К истекшему сроку ДРСУ (Дорожно-ремонтное строительное управление) запланировало произвести капитальный ремонт автомагистрали. Для этого был объявлен тендер на проведение ремонтных работ, в ходе которого было отобрано 5 строительных организаций-подрядчиков (A_i). Каждая организация дала оценку времени в сутках t_{ij} ($i = 1, 5 ; j = 1, 4$), требующегося ей для выполнения всех работ (B_j): B_1 – уборка полосы отвода (вырубка леса и кустарника), B_2 – ремонт искусственных сооружений, B_3 – укрепление земляного полотна, B_4 – косметический ремонт дорожной одежды.

Качество выполнения организациями работ одинаковое. Организации, занятые выполнением заказа, потребовали оплату за одни сутки в размере c_i . Организация № 3 не выполняет работы, связанные с укреплением земляного полотна. Какая из организаций не получит заказ? Как ДРСУ следует распределить работы между организациями, чтобы минимизировать общие издержки капитального ремонта автомагистрали? Исходные данные и варианты заданий приведены в таблицах 5–7.

Таблица 5

Исходные данные					
Организация	Комплекс ремонтных работ				Стоимость работ c_{ij} , ден.ед./сут
	B_1	B_2	B_3	B_4	
	Время выполнения, сут				
A_1	t_{11}	t_{12}	t_{13}	t_{14}	c_{1j}
A_2	t_{21}	t_{22}	t_{23}	t_{24}	c_{2j}
A_3	t_{31}	t_{32}	t_{33}	t_{34}	c_{3j}
A_4	t_{41}	t_{42}	t_{43}	t_{44}	c_{4j}
A_5	t_{51}	t_{52}	t_{53}	t_{54}	c_{5j}

Таблица 6

Варианты задания																				
Вариант	t_{11}	t_{12}	t_{13}	t_{14}	t_{21}	t_{22}	t_{23}	t_{24}	t_{31}	t_{32}	t_{33}	t_{34}	t_{41}	t_{42}	t_{43}	t_{44}	t_{51}	t_{52}	t_{53}	t_{54}
1	5	3	10	4	5	7	6	10	18	12	19	20	19	23	16	13	15	29	15	22
2	4	5	2	3	8	4	9	6	17	14	17	22	17	24	15	12	13	36	12	29
3	6	5	10	6	7	8	5	5	16	13	15	29	15	25	14	11	11	43	7	36
4	23	16	13	15	29	13	5	6	15	12	13	36	10	4	5	7	6	10	18	43
5	24	15	12	13	36	12	9	7	10	7	5	7	2	3	8	4	9	16	17	10
6	6	7	5	14	5	22	10	5	7	8	8	7	10	6	7	8	15	15	16	6
7	5	8	14	6	5	10	8	12	7	16	10	8	8	22	17	24	15	12	13	20
8	19	20	19	23	16	13	4	9	17	26	10	18	12	29	15	25	14	11	11	22
9	17	22	17	24	15	12	12	25	4	9	16	17	14	36	12	25	23	21	18	13
10	13	15	29	13	15	15	12	13	13	15	29	24	15	12	13	36	12	9	7	19

Таблица 7

Варианты задания							
Вариант	Стоимость работ c_{ij} , ден.ед./сут					Невыполнение организацией работы	
	c_{1j}	c_{2j}	c_{3j}	c_{4j}	c_{5j}	c_{2j}	c_{1j}
1	1	2	1	2	2	A_1	B_3
2	4	4	5	4	4	A_2	B_4
3	3	3	3	3	2	A_3	B_1
4	3	2	2	1	3	A_4	B_2
5	4	4	3	4	3	A_5	B_3
6	3	2	3	2	3	A_1	B_4
7	1	2	3	2	1	A_2	B_1
8	3	2	1	2	2	A_3	B_2
9	4	4	3	4	4	A_4	B_3
10	5	4	5	4	5	A_5	B_4

5. Задача распределения ресурсов

Необходимо распределить 4 бригады на строительство новых четырех объектов, чтобы выполнить максимальный объем строительно-монтажных работ, если известно, что объем СМР на объектах в зависимости от количества рабочих, направляемых на эти объекты, различен.

Вариант	Количество рабочих	Номера объектов			
		1	2	3	4
1	0	0	0	0	0
	10	7	9	6	13
	20	14	15	18	16

	30	30	19	24	27
	40	33	27	36	35
2	0	0	0	0	0
	15	8	9	8	6
	30	15	19	15	18
	45	27	28	24	25
	60	30	35	32	33
3	0	0	0	0	0
	10	6	7	8	8
	20	12	14	13	16
	30	21	19	26	26
	40	30	32	29	31
4	0	0	0	0	0
	15	7	8	4	6
	30	15	20	9	16
	45	21	24	19	20
	60	33	34	30	32
5	0	0	0	0	0
	10	8	9	8	6
	20	14	18	14	12
	30	27	28	21	25
	40	30	35	32	34
6	0	0	0	0	0
	20	6	7	8	8
	40	12	14	16	17
	60	21	14	26	25
	80	29	30	32	32
7	0	0	0	0	0
	15	8	9	7	6
	30	14	16	16	10
	45	24	25	22	18
	60	32	33	30	24
8	0	0	0	0	0
	10	3	6	9	10
	20	9	12	16	15
	30	16	19	22	20
	40	21	30	32	32
9	0	0	0	0	0
	20	7	6	9	8
	40	14	15	18	16
	60	27	28	24	25
	80	30	35	32	33
10	0	0	0	0	0
	15	5	7	6	5
	30	12	13	15	13

	45	21	22	20	20
	60	25	26	27	26

6. Задача о загрузке

"Жилище для Человечества" — прекрасная благотворительная организация, которая строит дома для бедствующих семей силами добровольцев. Такая семья может выбрать себе дом из трех типоразмеров: 1000, 1100 и 1200 квадратных футов. Дом каждого типоразмера требует выполнения определенного объема работ силами добровольцев. Филиал организации в городе Файтвилл получил пять заявок на предстоящие шесть месяцев. Комитет по надзору дает оценку каждой заявке в численном виде, принимая во внимание различные факторы. Более высокая оценка означает более острую потребность в жилье. В течение предстоящих шести месяцев филиал организации в этом городе может привлечь к работе максимум 23 добровольца. Следующая таблица содержит оценку каждой заявки и необходимое число добровольцев для ее выполнения. Какие заявки следует утвердить комитету?

Заявка	Размер дома (футов кв.)	Оценка	Необходимое число добровольцев
1	1200	78	7
2	1000	64	4
3	1100	68	6
4	1000	62	5
5	1200	85	8

7. Задача планирования рабочей силы.

n - номер группы, m - вариант

Строительный подрядчик оценивает минимальные потребности в рабочей силе на каждую из последующих 5 недель следующим образом:

1	2	3	4	5
$m+1$	$n+1$	$2n+m$	n	$n+m$

Содержание избытка рабочей силы обходится подрядчику в $100(n+1)$ ден.ед. за одного рабочего в неделю, а наем рабочей силы на протяжении одной недели обходится $100(m+1)$ плюс $100(n+m)/2$ ден. Ед за одного рабочего в неделю. Увольняемому рабочему выплачивается выходное пособие в 100 ден.ед. Определить оптимальную стратегию планирования рабочей силы и вычислить минимальные суммарные затраты за все 5 недель.

Контрольные вопросы

1. Типы математических моделей.
2. Содержание распределительной задачи, транспортной задачи, задачи о назначении
4. Задачи распределения ресурсов, о загрузке.