

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 6

### *Моделирование показателей надежности технических систем с использованием аппарата Марковских случайных процессов.*

**Цель работы** - научиться находить показатели надежности системы с использованием аппарата Марковских случайных процессов.

#### **Пример выполнения работы**

Надежность как качественная характеристика всегда принималась во внимание при решении различных вопросов эксплуатации и технического обслуживания. Количественное определение надежности появилось с возникновением теории надежности. Математической платформой теории надежности являются теория вероятностей и математическая статистика. В качестве основной количественной меры надежности технических систем принята вероятность безотказной работы.

*Вероятность безотказной работы* – это вероятность того, что за определенное время работы системы и в заданных условиях эксплуатации отказа не происходит.

Для моделирования вероятности безотказной работы автотранспортного предприятия (коэффициента выпуска автомобилей) воспользуемся аппаратом Марковских дискретных случайных процессов с непрерывным временем. Представим автомобиль как некоторую систему  $S$  с дискретными состояниями  $S_1, S_2, \dots, S_n$ , которая переходит из состояния в состояние под влиянием случайных событий (отказов).

На стадии прогнозирования работы автомобиля целесообразно рассматривать следующие состояния, в которых подвижной состав может находиться в процессе эксплуатации и которые характеризуются целодневными простоями:  $S_0$  – исправен, работает;  $S_1$  – находится на капитальном ремонте (КР);  $S_2$  – проходит ТО-2;  $S_3$  – находится на текущем ремонте (ТР);  $S_4$  – исправен, не работает по организационным причинам (без водителя, шин, запасных частей);  $S_5$  – не работает, снятие агрегата для отправки на капитальный ремонт;  $S_6$  – не работает, списание агрегата, замена на новый;  $S_7$  – исправен, не работает (выходные и праздничные дни);  $S_8$  – списывается.

Рассматриваемые состояния  $S_j$  автомобиля характеризуются средним числом дней пребывания автомобиля в каждом  $j$ -ом состоянии ( $j=1,2,\dots,n$ )  $D_j$ . Отношение

$$P_j = \frac{D_j}{D_k},$$

где  $D_k$  – число календарных дней в году, есть вероятность нахождения автомобиля в  $j$ -ом состоянии.

Вероятности  $P_j$  являются функциями пробега автомобиля  $P_j(L)$ .

Вероятность нахождения автомобиля в состоянии  $S_1$  («исправен, работает»)  $P_1(L)$  представляет собой коэффициент выпуска автомобиля – один из основных показателей работы автопредприятия.

Возможные переходы автомобиля из состояния  $S_i$  в состояние  $S_j$ , описаны матрицей переходов.

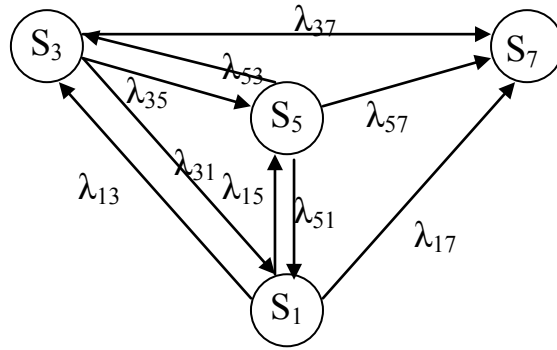
$$P_{ij} = \begin{matrix} 1 & (0 & 1 & 1 & 1) \\ 3 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 7 & (0 & 0 & 0 & 0) \\ & 1 & 3 & 5 & 7 \end{matrix}$$

Соответствующие интенсивности потоков событий  $\lambda_{ij}$ , переводящих автомобиль из состояния  $S_i$  в состояние  $S_j$ , определяются по формулам, приведенным в таблице:

Состояние	Интенсивность	Примечание
проходит техническое обслуживание	$\lambda_{12}(L) = \frac{1}{L_{mo}}$	$L_{mo}$ – пробег автомобиля до ТО-2, тыс.км.
находится в текущем ремонте	$\lambda_{13}(L) = \exp(-0,8 + 0,08L)$	
находится в капитальном ремонте	$\lambda_{14}(L) = \exp(-0,3 + 0,002L)$	
проводится замена агрегата	$\lambda_{15}(L) = \exp(-0,4 + 0,004L)$	
исправен, не работает по организационным причинам	$\lambda_{16}(L) = \frac{1}{l_{cc} T_{орг}}$	$l_{cc}$ – среднесуточный пробег, тыс. км; $T_{орг}$ – дни простоя по организационным причинам.
исправен, не работает, выходные и праздничные дни	$\lambda_{17}(L) = \frac{1}{l_{cc} T_{вых}}$	$T_{вых}$ – праздничные и выходные дни
списывается	$\lambda_{18}(L) = \frac{L - L_0}{S}$	$L_0$ – 400 тыс. км; $S$ – 300 тыс. км.

Для приведения всех интенсивностей перехода  $\lambda_{ij}$  к единым единицам измерения 1/день(сутки) интенсивности перехода из 1-го состояния (автомобиль исправен) во все  $j$ -е состояния  $\lambda_{ij}$  при составлении дифференциальных уравнений умножаются на коэффициент  $l_{cc}$  (среднесуточный пробег).

Для анализа процесса эксплуатации автомобиля как случайного процесса с дискретными состояниями воспользуемся графом состояний



Определим интенсивности потоков событий  $\lambda_{ij}$ , переводящих автомобиль из состояния  $S_i$  в состояние  $S_j$ .

*Исходные данные:*

среднесуточный пробег –  $l_{cc}=0,25$  тыс. км;

среднее время простоя автомобиля в текущем ремонте –  $T_3=1$  день;

Остальные данные выбираются, исходя из профессиональных соображений:

праздничные и выходные дни –  $T_{вых}=60$  дней;

среднее время замены агрегата –  $T_5=5$  дней;

$$\lambda_{13} = \exp(-0,8 + 0,08L);$$

$$\lambda_{15} = \exp(-0,4 + 0,004L);$$

$$\lambda_{17} = \frac{1}{l_{cc} T_{вых}} = \frac{1}{0,25 \cdot 60} = 0,0667;$$

$$\lambda_{31} = \frac{1}{T_3} = \frac{1}{1} = 1;$$

$$\lambda_{35} = 0,1;$$

$$\lambda_{37} = 0,01;$$

$$\lambda_{51} = \frac{1}{T_5} = \frac{1}{5} = 0,2;$$

$$\lambda_{53} = 0,02;$$

$$\lambda_{57} = 0,002.$$

Составим систему дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний  $P_i$ , где  $i=1, 3, 5, 7$ :

$$\frac{dP_1}{dL} = -P_1(\lambda_{13} + \lambda_{15} + \lambda_{17})l_{cc} + \lambda_{31}P_3 + \lambda_{51}P_5;$$

$$\frac{dP_3}{dL} = -P_3(\lambda_{31} + \lambda_{35} + \lambda_{37}) + \lambda_{13}P_1l_{cc} + \lambda_{53}P_5;$$

$$\frac{dP_5}{dL} = -P_5(\lambda_{51} + \lambda_{53} + \lambda_{57}) + \lambda_{15}P_1l_{cc} + \lambda_{35}P_3;$$

$$\frac{dP_7}{dL} = \lambda_{17}P_1l_{cc} + \lambda_{37}P_3 + \lambda_{57}P_5.$$

Решим эту систему методом Рунге-Кутта в Excel при следующих условиях:

- а) пределы интегрирования: нижний – 0, верхний – 35;
- б) шаг интегрирования – 0,5;
- в) начальные условия:  $P_1(L)=1, P_3(L)=P_5(L)=P_7(L)=0$ ;
- г) получим результаты в точках 1,5,10,15,20,25,30 с точностью  $\varepsilon=10^{-3}$ .

Запишем систему в виде:

$$f_1(L, P_1, P_3, P_5, P_7) = \frac{dP_1}{dL} = -P_1(\lambda_{13} + \lambda_{15} + \lambda_{17})l_{cc} + \lambda_{31}P_3 + \lambda_{51}P_5;$$

$$f_3(L, P_1, P_3, P_5, P_7) = \frac{dP_3}{dL} = -P_3(\lambda_{31} + \lambda_{35} + \lambda_{37}) + \lambda_{13}P_1l_{cc} + \lambda_{53}P_5;$$

$$f_5(L, P_1, P_3, P_5, P_7) = \frac{dP_5}{dL} = -P_5(\lambda_{51} + \lambda_{53} + \lambda_{57}) + \lambda_{15}P_1l_{cc} + \lambda_{35}P_3;$$

$$f_7(L, P_1, P_3, P_5, P_7) = \frac{dP_7}{dL} = \lambda_{17}P_1l_{cc} + \lambda_{37}P_3 + \lambda_{57}P_5.$$

1. Зададим последовательность  $L_i$ . Для этого в ячейку **A2** вводим 0, в ячейку **A3**, соответственно, 0,5. Выделяем их и, «протаскивая» маркер заполнения до значения 35, задаем последовательность  $L_i$ .

2. В ячейки **F2**, **K2**, **P2**, **U2** введем соответственно значения 1, 0, 0, 0, которые соответствуют начальным условиям  $P_1(L)=1, P_3(L)=P_5(L)=P_7(L)=0$ .

3. Вычислим  $k_{i1}$  для всех дифференциальных уравнений по формуле  $k_{i1} = hf_i(L_j, P_{1j}, P_{3j}, P_{5j}, P_{7j})$ . Вводим формулы:

Ячейка	Формула	Примечание
<b>B3</b>	=0,5*(-F2*(EXP(-0,8+0,08*A2)+EXP(-0,4+0,004*A2)+0,0667)*0,25+K2+0,2*P2)	$k_{11} = hf_1(L_0, P_{10}, P_{30}, P_{50}, P_{70}) = 0,5(-P_1(\lambda_{13} + \lambda_{15} + \lambda_{17})l_{cc} + \lambda_{31}P_3 + \lambda_{51}P_5)$
<b>G3</b>	=0,5*(-K2*(1+0,1+0,01)+EXP(-0,8+0,08*A2)*F2*0,25+0,02*P2)	$k_{31} = hf_3(L_0, P_{10}, P_{30}, P_{50}, P_{70}) = 0,5(-P_3(\lambda_{31} + \lambda_{35} + \lambda_{37}) + \lambda_{13}P_1l_{cc} + \lambda_{53}P_5)$
<b>L3</b>	=0,5*(-P2*(0,2+0,02+0,002)+EXP(-0,4+0,004*A2)*F2*0,25+0,1*K2)	$k_{51} = hf_5(L_0, P_{10}, P_{30}, P_{50}, P_{70}) = 0,5(-P_5(\lambda_{51} + \lambda_{53} + \lambda_{57}) + \lambda_{15}P_1l_{cc} + \lambda_{35}P_3)$
<b>Q3</b>	=0,5*(0,0667*F2*0,25+0,01*K2+0,002*P2)	$k_{71} = hf_7(L_0, P_{10}, P_{30}, P_{50}, P_{70}) = 0,5(\lambda_{17}P_1l_{cc} + \lambda_{37}P_3 + \lambda_{57}P_5)$

$$4. \text{ Вычислим все } k_{i2} = hf_i \left( L_j + \frac{h}{2}, P_{1j} + \frac{k_{11}}{2}, P_{3j} + \frac{k_{31}}{2}, P_{5j} + \frac{k_{51}}{2}, P_{7j} + \frac{k_{71}}{2} \right).$$

Вводим формулы:

Ячейка	Формула
	$k_{12} = hf_1 \left( L_0 + \frac{h}{2}, P_{10} + \frac{k_{11}}{2}, P_{30} + \frac{k_{31}}{2}, P_{50} + \frac{k_{51}}{2}, P_{70} + \frac{k_{71}}{2} \right)$ $k_{12} = 0,5 \left( - \left( P_1 + \frac{k_{11}}{2} \right) (\lambda_{13} + \lambda_{15} + \lambda_{17}) l_{cc} + \lambda_{31} \left( P_3 + \frac{k_{31}}{2} \right) + \lambda_{51} \left( P_5 + \frac{k_{51}}{2} \right) \right)$
<b>C3</b>	$=0,5 * (- (F2+B3/2) * (EXP(-0,8+0,08 * (A2+0,5/2))) + EXP(-0,4+0,004 * (A2+0,5/2))) + 0,0667) * 0,25 + (K2+G3/2) + 0,2 * (P2+L3/2)$
	$k_{32} = hf_3 \left( L_0 + \frac{h}{2}, P_{10} + \frac{k_{11}}{2}, P_{30} + \frac{k_{31}}{2}, P_{50} + \frac{k_{51}}{2}, P_{70} + \frac{k_{71}}{2} \right)$ $k_{32} = 0,5 \left( - \left( P_3 + \frac{k_{31}}{2} \right) (\lambda_{31} + \lambda_{35} + \lambda_{37}) + \lambda_{13} \left( P_1 + \frac{k_{11}}{2} \right) l_{cc} + \lambda_{53} \left( P_5 + \frac{k_{51}}{2} \right) \right)$
<b>H3</b>	$=0,5 * (- (K2+G3/2) * (1+0,1+0,01) + EXP(-0,8+0,08 * (A2+0,5/2))) * (F2+B3/2) * 0,25 + 0,02 * (P2+L3/2)$
	$k_{52} = hf_5 \left( L_0 + \frac{h}{2}, P_{10} + \frac{k_{11}}{2}, P_{30} + \frac{k_{31}}{2}, P_{50} + \frac{k_{51}}{2}, P_{70} + \frac{k_{71}}{2} \right)$ $k_{52} = 0,5 \left( - \left( P_5 + \frac{k_{51}}{2} \right) (\lambda_{51} + \lambda_{53} + \lambda_{57}) + \lambda_{15} \left( P_1 + \frac{k_{11}}{2} \right) l_{cc} + \lambda_{35} \left( P_3 + \frac{k_{31}}{2} \right) \right)$
<b>M3</b>	$=0,5 * (- (P2+L3/2) * (0,2+0,02+0,002) + EXP(-0,4+0,004 * (A2+0,5/2))) * (F2+B3/2) * 0,25 + 0,1 * (K2+G3/2)$
	$k_{72} = hf_7 \left( L_0 + \frac{h}{2}, P_{10} + \frac{k_{11}}{2}, P_{30} + \frac{k_{31}}{2}, P_{50} + \frac{k_{51}}{2}, P_{70} + \frac{k_{71}}{2} \right)$ $k_{72} = 0,5 \left( \lambda_{17} \left( P_1 + \frac{k_{11}}{2} \right) l_{cc} + \lambda_{37} \left( P_3 + \frac{k_{31}}{2} \right) + \lambda_{57} \left( P_5 + \frac{k_{51}}{2} \right) \right)$
<b>R3</b>	$=0,5 * (0,0667 * (F2+B3/2) * 0,25 + 0,01 * (K2+G3/2) + 0,002 * (P2+L3/2))$

$$5. \text{ Вычислим все } k_{i3} = hf_i \left( L_j + \frac{h}{2}, P_{1j} + \frac{k_{12}}{2}, P_{3j} + \frac{k_{32}}{2}, P_{5j} + \frac{k_{52}}{2}, P_{7j} + \frac{k_{72}}{2} \right).$$

Вводим формулы:

Ячейка	Формула
	$k_{13} = hf_1 \left( L_0 + \frac{h}{2}, P_{10} + \frac{k_{12}}{2}, P_{30} + \frac{k_{32}}{2}, P_{50} + \frac{k_{52}}{2}, P_{70} + \frac{k_{72}}{2} \right)$ $k_{13} = 0,5 \left( - \left( P_1 + \frac{k_{12}}{2} \right) (\lambda_{13} + \lambda_{15} + \lambda_{17}) l_{cc} + \lambda_{31} \left( P_3 + \frac{k_{32}}{2} \right) + \lambda_{51} \left( P_5 + \frac{k_{52}}{2} \right) \right)$
<b>D3</b>	$=0,5 * (- (F2+C3/2) * (EXP(-0,8+0,08 * (A2+0,5/2))) + EXP(-0,4+0,004 * (A2+0,5/2))) + 0,0667) * 0,25 + (K2+H3/2) + 0,2 * (P2+M3/2)$

	$k_{33} = hf_3 \left( L_0 + \frac{h}{2}, P_{10} + \frac{k_{12}}{2}, P_{30} + \frac{k_{32}}{2}, P_{50} + \frac{k_{52}}{2}, P_{70} + \frac{k_{72}}{2} \right)$ $k_{33} = 0,5 \left( - \left( P_3 + \frac{k_{32}}{2} \right) (\lambda_{31} + \lambda_{35} + \lambda_{37}) + \lambda_{13} \left( P_1 + \frac{k_{12}}{2} \right) l_{cc} + \lambda_{53} \left( P_5 + \frac{k_{52}}{2} \right) \right)$
<b>I3</b>	$=0,5 * (- (K2+H3/2) * (1+0,1+0,01) + EXP(-0,8+0,08 * (A2+0,5/2))) * (F2+C3/2) * 0,25 + 0,02 * (P2+M3/2))$
	$k_{53} = hf_5 \left( L_0 + \frac{h}{2}, P_{10} + \frac{k_{12}}{2}, P_{30} + \frac{k_{32}}{2}, P_{50} + \frac{k_{52}}{2}, P_{70} + \frac{k_{72}}{2} \right)$ $k_{53} = 0,5 \left( - \left( P_5 + \frac{k_{52}}{2} \right) (\lambda_{51} + \lambda_{53} + \lambda_{57}) + \lambda_{15} \left( P_1 + \frac{k_{12}}{2} \right) l_{cc} + \lambda_{35} \left( P_3 + \frac{k_{32}}{2} \right) \right)$
<b>N3</b>	$=0,5 * (- (P2+M3/2) * (0,2+0,02+0,002) + EXP(-0,4+0,004 * (A2+0,5/2))) * (F2+C3/2) * 0,25 + 0,1 * (K2+H3/2))$
	$k_{73} = hf_7 \left( L_0 + \frac{h}{2}, P_{10} + \frac{k_{12}}{2}, P_{30} + \frac{k_{32}}{2}, P_{50} + \frac{k_{52}}{2}, P_{70} + \frac{k_{72}}{2} \right)$ $k_{73} = 0,5 \left( \lambda_{17} \left( P_1 + \frac{k_{12}}{2} \right) l_{cc} + \lambda_{37} \left( P_3 + \frac{k_{32}}{2} \right) + \lambda_{57} \left( P_5 + \frac{k_{52}}{2} \right) \right)$
<b>S3</b>	$=0,5 * (0,0667 * (F2+C3/2) * 0,25 + 0,01 * (K2+H3/2) + 0,002 * (P2+M3/2))$

6. Вычислим все  $k_{i4} = hf_i(L_j + h, P_{1j} + k_{13}, P_{3j} + k_{33}, P_{5j} + k_{53}, P_{7j} + k_{73})$ .

Вводим формулы:

Ячейка	Формула
	$k_{14} = hf_1(L_0 + h, P_{10} + k_{13}, P_{30} + k_{33}, P_{50} + k_{53}, P_{70} + k_{73})$ $k_{14} = 0,5 \left( - (P_1 + k_{13}) (\lambda_{13} + \lambda_{15} + \lambda_{17}) l_{cc} + \lambda_{31} (P_3 + k_{33}) + \lambda_{51} (P_5 + k_{53}) \right)$
<b>E3</b>	$=0,5 * (- (F2+D3) * (EXP(-0,8+0,08 * (A2+0,5)) + EXP(-0,4+0,004 * (A2+0,5))) + 0,0667) * 0,25 + (K2+I3) + 0,2 * (P2+N3))$
	$k_{34} = hf_3(L_0 + h, P_{10} + k_{13}, P_{30} + k_{33}, P_{50} + k_{53}, P_{70} + k_{73})$ $k_{34} = 0,5 \left( - (P_3 + k_{33}) (\lambda_{31} + \lambda_{35} + \lambda_{37}) + \lambda_{13} (P_1 + k_{13}) l_{cc} + \lambda_{53} (P_5 + k_{53}) \right)$
<b>J3</b>	$=0,5 * (- (K2+I3) * (1+0,1+0,01) + EXP(-0,8+0,08 * (A2+0,5))) * (F2+D3) * 0,25 + 0,02 * (P2+N3))$
	$k_{54} = hf_5(L_0 + h, P_{10} + k_{13}, P_{30} + k_{33}, P_{50} + k_{53}, P_{70} + k_{73})$ $k_{54} = 0,5 \left( - (P_5 + k_{53}) (\lambda_{51} + \lambda_{53} + \lambda_{57}) + \lambda_{15} (P_1 + k_{13}) l_{cc} + \lambda_{35} (P_3 + k_{33}) \right)$
<b>O3</b>	$=0,5 * (- (P2+N3) * (0,2+0,02+0,002) + EXP(-0,4+0,004 * (A2+0,5))) * (F2+D3) * 0,25 + 0,1 * (K2+I3))$
	$k_{74} = hf_7(L_0 + h, P_{10} + k_{13}, P_{30} + k_{33}, P_{50} + k_{53}, P_{70} + k_{73})$ $k_{74} = 0,5 \left( \lambda_{17} (P_1 + k_{13}) l_{cc} + \lambda_{37} (P_3 + k_{33}) + \lambda_{57} (P_5 + k_{53}) \right)$
<b>T3</b>	$=0,5 * (0,0667 * (F2+D3) * 0,25 + 0,01 * (K2+I3) + 0,002 * (P2+N3))$

7. В ячейке **F3** введем формулу  $=F2+(B3+2*C3+2*D3+E3)/6$ , которая соответствует формуле  $P_{11} = P_{10} + \frac{1}{6}(k_{11} + 2k_{12} + 2k_{13} + k_{14})$ . Затем скопируем эту ячейку в ячейки **K3, P3, U3**.

В результате получим

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	
1	L	k1	k2	k3	k4	P1	k1	k2	k3	k4	P3	k1	k2	k3	k4	P5	k1	k2	k3	k4	P7	
2		0				1					0					0					0	
3		0,5	-0,14829	-0,1202	-0,12734	-0,10213	0,87575	0,05617	0,03788	0,04372	0,02751	0,04115	0,08379	0,07441	0,07565	0,06706	0,07516	0,00834	0,0079	0,00797	0,00757	0,00794

Рис. 1.1. Результаты вычислений

8. Выделим диапазон ячеек **B3:U3** и скопируем их вниз до 72 строки.

9. Чтобы построить график зависимости коэффициента выпуска от пробега  $L$ , выделим столбцы **A** и **F** и построим точечную диаграмму:

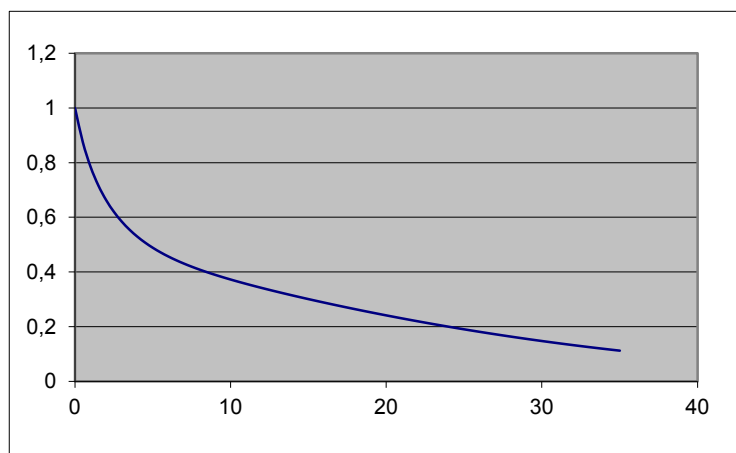


Рис. 1.2. График зависимости коэффициента выпуска от пробега

Получим результаты в точках 1,5,10,15,20,25,30 с точностью  $\varepsilon=10^{-3}$  (таблица 1.1).

Таблица 1.1.

$L$	$P_1(L)$	$P_3(L)$	$P_5(L)$	$P_7(L)$
1	0,787	0,0622	0,136	0,0152
5	0,512	0,0824	0,345	0,0614
10	0,419	0,0972	0,376	0,108
15	0,364	0,123	0,363	0,15
20	0,312	0,156	0,344	0,188
25	0,260	0,193	0,323	0,224
30	0,209	0,232	0,302	0,257

### Порядок выполнения работы

В процессе эксплуатации ЭВМ может рассматриваться как физическая система  $S$ , которая в результате проверки может оказаться в одном из следующих состояний:

$S_1$  – ЭВМ полностью исправна;

$S_2$  – ЭВМ имеет незначительные неисправности в оперативной памяти, при которых она может решать задачи;

$S_3$  – ЭВМ имеет существенные неисправности и может решать ограниченный класс задач;

$S_4$  – ЭВМ полностью вышла из строя;

$S_5$  – ЭВМ находится на профилактике;

$S_6$  – ЭВМ не работает по организационным причинам;

$S_7$  – ЭВМ не работает, выходные и праздничные дни;

$S_8$  – ЭВМ списывается.

Рассматриваемые состояния  $S_j$  ЭВМ характеризуются средним числом дней пребывания ЭВМ в каждом  $j$ -ом состоянии ( $j=1,2,\dots,8$ )  $D_j$ .  
Отношение

$$P_j = \frac{D_j}{D},$$

где  $D$  – возможное время работы ЭВМ в данный период (месяц, квартал, год и т.д.), можно трактовать как вероятность нахождения ЭВМ в  $j$ -ом состоянии.

Вероятности  $P_j$  являются функциями времени  $P_j(t)$ .

Вероятность нахождения ЭВМ в состоянии  $P(t)=P_1(t)+P_2(t)$  может быть истолкована как вероятность безотказной работы ЭВМ, т.е. как один из показателей надежности технической системы.

Возможные переходы системы S-ЭВМ из состояния  $S_i$  в состояние  $S_j$ , описаны матрицей переходов.

Соответствующие интенсивности потоков событий  $\lambda_{ij}$ , переводящих ЭВМ из состояния  $S_i$  в состояние  $S_j$ , определяются по формулам, приведенным в таблице:

Интенсивность	Примечание
$\lambda_{12}(t) = \frac{0,25}{T_n}$	$T_n$ – среднее время работы ЭВМ до появления незначительной неисправности; $T_n = 0,1 \cdot T$ , где $T$ – общее возможное время работы ЭВМ за данный период
$\lambda_{13}(t) = 0,25 \exp(-0,8 + 0,08t)$	
$\lambda_{14}(t) = 0,22 \exp(-0,3 + 0,002t)$	
$\lambda_{15}(t) = 0,24 \exp(-0,4 + 0,004t)$	



$\lambda_{16}(t) = \frac{1}{T_{орг}}$	$T_{орг}$ – среднее время простоя ЭВМ по организационным причинам.
$\lambda_{17}(t) = \frac{1}{T_{вых}}$	$T_{вых}$ – среднее время простоя в праздничные и выходные дни.
$\lambda_{18}(t) = \frac{t-t_0}{S}$	$t_0 = 1200$ тыс. ч; $S = 72000$ тыс. ч. $\lambda_{18}(t) = 0$ при $t \leq 1200$ тыс. ч.

Требуется:

1. Построить размеченный граф состояний системы S-ЭВМ по заданной матрице переходов.

2. Определить интенсивности  $\lambda_{ij}$ , используя формулы из таблицы.

Остальные интенсивности определяются по формулам

$$\lambda_{ij} = \frac{1}{T_i},$$

где  $T_i$  – среднее время пребывания в  $i$ -м состоянии за данный период.

3. Составить систему дифференциальных уравнений Колмогорова и решить ее методом Рунге-Кутты при следующих условиях:

а) пределы интегрирования: нижний – 0, верхний – 50;

б) шаг интегрирования – 0,5;

в) начальные условия:  $P_1(t)=1, P_j(t)=0, (j=2,3,\dots,n)$ ;

г) получить результаты в точках 1,5,10,15,...,50 с точностью  $E=10^{-3}$ .

4. Получить значения вероятности безотказной работы ЭВМ  $P(t)$  и построить график зависимости вероятности от времени  $t$ .

### Варианты заданий

Матрицы возможных переходов:

<b>1 вариант</b>	<b>2 вариант</b>	<b>3 вариант</b>	<b>4 вариант</b>
1 2 3 4 8	1 2 3 4 7	1 2 3 4 8	1 2 3 5 6
1 0 1 1 1 1	1 0 1 1 1 1	1 0 1 1 1 1	1 0 1 1 1 1
2 1 0 1 0 0	2 1 0 0 0 0	2 1 0 0 0 0	2 1 0 0 1 1
3 1 1 0 0 0	3 1 1 0 1 1	3 1 0 0 0 0	3 1 0 0 1 1
4 1 1 0 0 0	4 1 1 1 0 1	4 1 1 1 0 0	5 1 1 0 0 1
8 0 0 0 0 0	7 1 1 1 1 0	8 0 0 0 0 0	6 1 1 1 1 0
<b>5 вариант</b>	<b>6 вариант</b>	<b>7 вариант</b>	<b>8 вариант</b>
1 2 4 7 8	1 2 5 6 8	1 3 5 6 7	1 2 3 5 8
1 0 1 1 1 1	1 0 1 1 1 1	1 0 1 1 1 1	1 0 1 1 1 1
2 1 0 1 1 0	2 1 0 1 1 0	3 1 0 1 1 1	2 1 0 1 0 0
4 1 1 0 1 0	5 1 1 0 1 0	5 1 0 0 1 1	3 1 1 0 1 0
7 1 1 1 0 0	6 1 1 1 0 0	6 1 1 1 0 1	5 1 1 1 0 0
8 0 0 0 0 0	8 0 0 0 0 0	7 1 1 1 1 0	8 0 0 0 0 0

9 вариант					10 вариант						
1	2	5	7	8	1	2	5	6	7		
1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
2	1	0	1	1	1	2	1	0	1	1	1
5	1	1	0	1	0	5	1	1	0	1	1
7	1	1	1	0	0	6	1	1	1	0	1
8	0	0	0	0	0	7	1	1	1	1	0

### Содержание отчета

Отчет должен содержать:

1. размеченный граф состояний системы по заданной матрице переходов;
2. Интенсивности потоков событий  $\lambda_{ij}$ , переводящих ЭВМ из состояния  $S_i$  в состояние  $S_j$ ;
3. систему дифференциальных уравнений Колмогорова;
4. решение системы в Excel с указанием формул для расчетов;
5. значения вероятности  $P(t)$  безотказной работы ЭВМ;
6. график зависимости вероятности  $P(t)$  безотказной работы ЭВМ от времени.

### Контрольные вопросы

1. Основные понятия Марковских случайных процессов: случайная функция; случайный процесс; Марковские процессы; виды Марковских процессов; граф состояний.
2. Марковская цепь: вероятности состояний; начальное распределение; вероятность перехода; установившийся режим; однородная цепь.
3. Непрерывная цепь Маркова: плотность вероятностей; однородные и неоднородные процессы; размеченный граф состояний.
4. Поток событий; интенсивность потока; пуассоновский поток; простейший поток; свойства простейшего потока: стационарность, ординарность, отсутствие последствий; нестационарный пуассоновский поток.
5. Процесс гибели и размножения: понятие процесса; процесс чистой гибели, процесс чистого размножения; нахождение предельных вероятностей.
6. Уравнения Колмогорова: вид системы; поток вероятности перехода; правила составления уравнений по графу состояний и по матрице плотностей вероятностей.
7. Предельные вероятности состояний: понятие; стационарный режим; предельная вероятность; правило составления системы дифференциальных уравнений для нахождения предельных вероятностей.