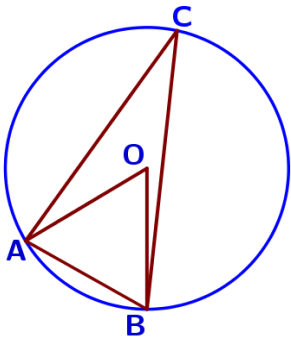


## 17. Окружность, круг и их элементы

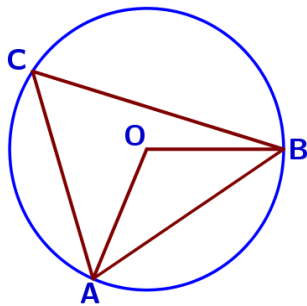
### Часть 1. ФИПИ

#### I) Центральный и вписанный угол



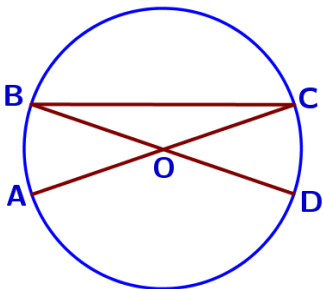
**1.** Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O. Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB. Найдите угол ACB, если угол AOB равен  $59^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

**2.** Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O. Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB. Найдите угол ACB, если угол AOB равен  $47^\circ$ . Ответ дайте в градусах.



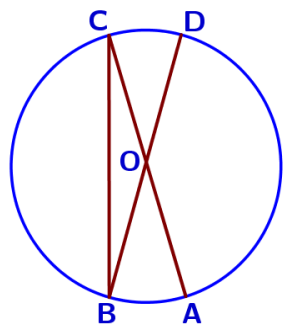
**3.** Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O. Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB. Найдите угол ACB, если угол AOB равен  $113^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

**4.** Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O. Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB. Найдите угол ACB, если угол AOB равен  $173^\circ$ . Ответ дайте в градусах.



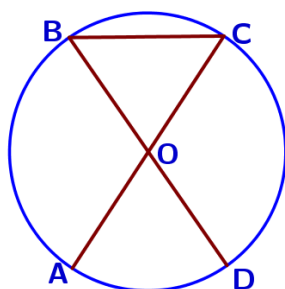
**5.** Отрезки AC и BD – диаметры окружности с центром O. Угол ACB равен  $19^\circ$ . Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.

**6.** В окружности с центром O AC и BD – диаметры. Угол ACB равен  $16^\circ$ . Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.



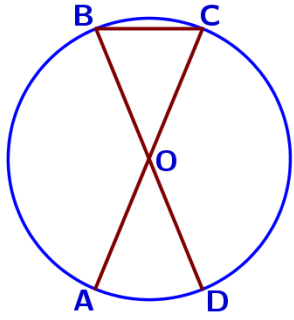
**7.** В окружности с центром O AC и BD – диаметры. Центральный угол AOD равен  $148^\circ$ . Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.

**8.** В окружности с центром O AC и BD – диаметры. Центральный угол AOD равен  $108^\circ$ . Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.



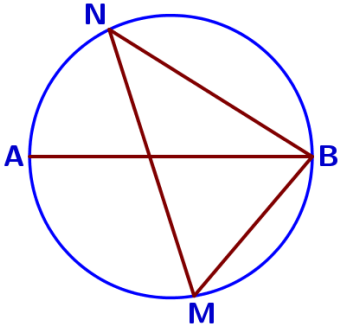
**9.** AC и BD – диаметры окружности с центром O. Угол ACB равен  $54^\circ$ . Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.

**10.** AC и BD – диаметры окружности с центром O. Угол ACB равен  $78^\circ$ . Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.



**11.** В окружности с центром  $O$   $AC$  и  $BD$  – диаметры. Центральный угол  $AOD$  равен  $44^\circ$ . Найдите вписанный угол  $ACB$ . Ответ дайте в градусах.

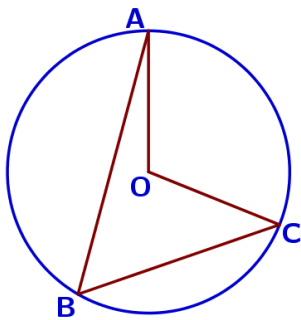
**12.** В окружности с центром  $O$   $AC$  и  $BD$  – диаметры. Центральный угол  $AOD$  равен  $50^\circ$ . Найдите вписанный угол  $ACB$ . Ответ дайте в градусах.



**13.** На окружности по разные стороны от диаметра  $AB$  взяты точки  $M$  и  $N$ . Известно, что  $\angle NBA = 32^\circ$ . Найдите угол  $NMB$ . Ответ дайте в градусах.

**14.** На окружности по разные стороны от диаметра  $AB$  взяты точки  $M$  и  $N$ . Известно, что  $\angle NBA = 71^\circ$ . Найдите угол  $NMB$ . Ответ дайте в градусах.

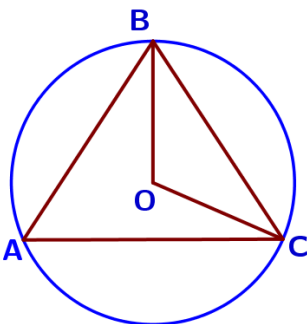
**15.** На окружности по разные стороны от диаметра  $AB$  взяты точки  $M$  и  $N$ . Известно, что  $\angle NBA = 43^\circ$ . Найдите угол  $NMB$ . Ответ дайте в градусах.



**16.** Точка  $O$  – центр окружности, на которой лежат точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Известно, что  $\angle ABC = 56^\circ$  и  $\angle OAB = 15^\circ$ . Найдите угол  $BCO$ . Ответ дайте в градусах.

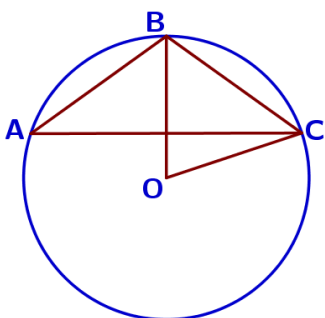
**17.** Точка  $O$  – центр окружности, на которой лежат точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Известно, что  $\angle ABC = 62^\circ$  и  $\angle OAB = 53^\circ$ . Найдите угол  $BCO$ . Ответ дайте в градусах.

**18.** Точка  $O$  – центр окружности, на которой лежат точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Известно, что  $\angle ABC = 69^\circ$  и  $\angle OAB = 48^\circ$ . Найдите угол  $BCO$ . Ответ дайте в градусах.



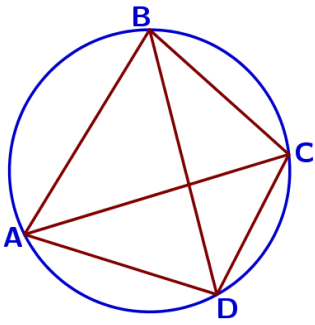
**19.** Окружность с центром в точке  $O$  описана около равнобедренного треугольника  $ABC$ , в котором  $AB = BC$  и  $\angle ABC = 66^\circ$ . Найдите величину угла  $BOC$ . Ответ дайте в градусах.

**20.** Окружность с центром в точке  $O$  описана около равнобедренного треугольника  $ABC$ , в котором  $AB = BC$  и  $\angle ABC = 32^\circ$ . Найдите величину угла  $BOC$ . Ответ дайте в градусах.



**21.** Окружность с центром в точке  $O$  описана около равнобедренного треугольника  $ABC$ , в котором  $AB = BC$  и  $\angle ABC = 107^\circ$ . Найдите величину угла  $BOC$ . Ответ дайте в градусах.

**22.** Окружность с центром в точке  $O$  описана около равнобедренного треугольника  $ABC$ , в котором  $AB = BC$  и  $\angle ABC = 123^\circ$ . Найдите величину угла  $BOC$ . Ответ дайте в градусах.



**23.** Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABC равен  $80^\circ$ , угол CAD равен  $34^\circ$ . Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.

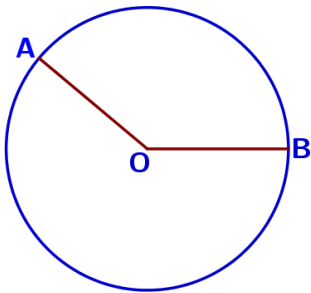
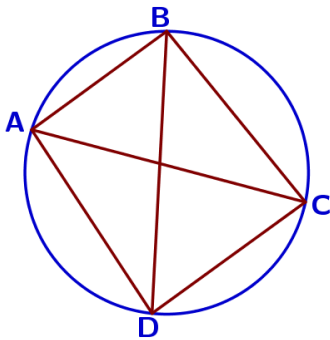
**24.** Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABC равен  $38^\circ$ , угол CAD равен  $33^\circ$ . Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.

**25.** Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABC равен  $54^\circ$ , угол CAD равен  $41^\circ$ . Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.

**26.** Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABD равен  $51^\circ$ , угол CAD равен  $42^\circ$ . Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

**27.** Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABD равен  $16^\circ$ , угол CAD равен  $32^\circ$ . Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

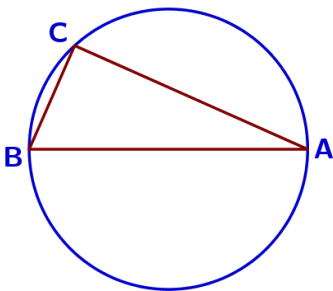
**28.** Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABD равен  $78^\circ$ , угол CAD равен  $40^\circ$ . Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.



**29.** На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что  $\angle AOB = 140^\circ$ . Длина меньшей дуги AB равна 98. Найдите длину большей дуги.

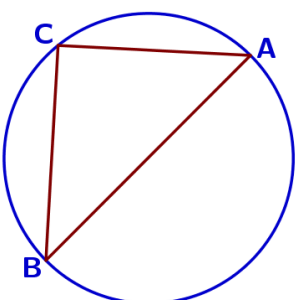
**30.** На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что  $\angle AOB = 45^\circ$ . Длина меньшей дуги AB равна 91. Найдите длину большей дуги.

**31.** На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что  $\angle AOB = 80^\circ$ . Длина меньшей дуги AB равна 58. Найдите длину большей дуги.



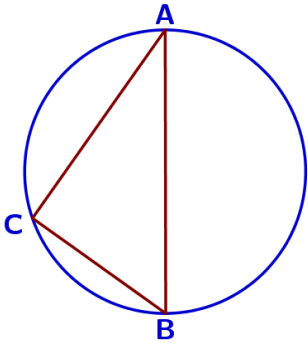
**32.** Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Найдите угол ABC, если угол BAC равен  $24^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

**33.** Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Найдите угол ABC, если угол BAC равен  $17^\circ$ . Ответ дайте в градусах.



**34.** Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 14,5. Найдите AC, если  $BC = 21$ .

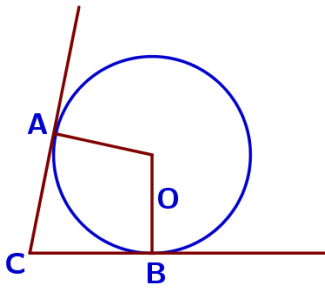
**35.** Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 6,5. Найдите AC, если  $BC = 12$ .



**36.** Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 15. Найдите BC, если  $AC=24$ .

**37.** Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 20,5. Найдите BC, если  $AC=9$ .

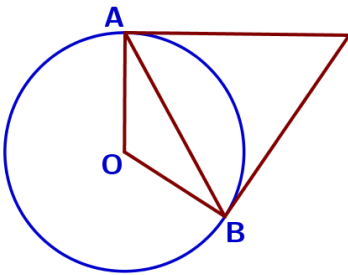
II) Касательная, хорда, секущая



**38.** В угол C величиной  $79^\circ$  вписана окружность, которая касается сторон угла в точках A и B, точка O – центр окружности. Найдите угол AOB. Ответ дайте в градусах.

**39.** В угол C величиной  $83^\circ$  вписана окружность, которая касается сторон угла в точках A и B, точка O – центр окружности. Найдите угол AOB. Ответ дайте в градусах.

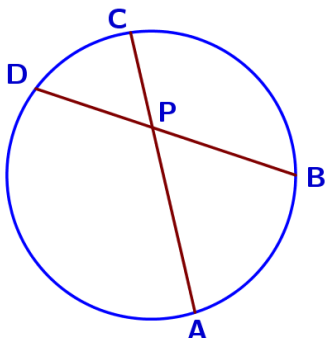
**40.** В угол C величиной  $40^\circ$  вписана окружность, которая касается сторон угла в точках A и B, точка O – центр окружности. Найдите угол AOB. Ответ дайте в градусах.



**41.** Касательные в точках A и B к окружности с центром O пересекаются под углом  $56^\circ$ . Найдите угол ABO. Ответ дайте в градусах.

**42.** Касательные в точках A и B к окружности с центром O пересекаются под углом  $42^\circ$ . Найдите угол ABO. Ответ дайте в градусах.

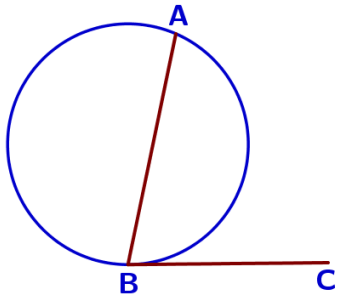
**43.** Касательные в точках A и B к окружности с центром O пересекаются под углом  $86^\circ$ . Найдите угол ABO. Ответ дайте в градусах.



**44.** Хорды AC и BD окружности пересекаются в точке P,  $BP=15$ ,  $CP=6$ ,  $DP=10$ . Найдите AP.

**45.** Хорды AC и BD окружности пересекаются в точке P,  $BP=4$ ,  $CP=12$ ,  $DP=21$ . Найдите AP.

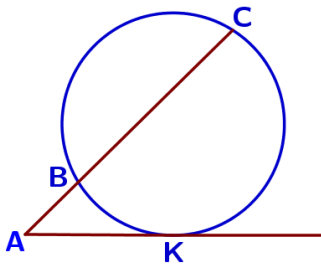
**46.** Хорды AC и BD окружности пересекаются в точке P,  $BP=12$ ,  $CP=15$ ,  $DP=25$ . Найдите AP.



**47.** На окружности отмечены точки А и В так, что меньшая дуга АВ равна  $152^\circ$ . Прямая ВС касается окружности в точке В так, что угол АВС острый. Найдите угол АВС. Ответ дайте в градусах.

**48.** На окружности отмечены точки А и В так, что меньшая дуга АВ равна  $66^\circ$ . Прямая ВС касается окружности в точке В так, что угол АВС острый. Найдите угол АВС. Ответ дайте в градусах.

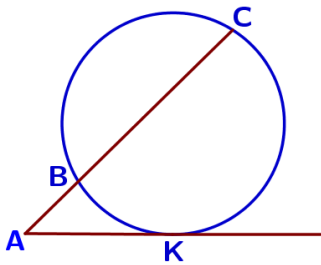
**49.** На окружности отмечены точки А и В так, что меньшая дуга АВ равна  $168^\circ$ . Прямая ВС касается окружности в точке В так, что угол АВС острый. Найдите угол АВС. Ответ дайте в градусах.



**50.** Через точку А, лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке К. Другая прямая пересекает окружность в точках В и С, причём  $AB=2$ ,  $AC=8$ . Найдите АК.

**51.** Через точку А, лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке К. Другая прямая пересекает окружность в точках В и С, причём  $AB=6$ ,  $AC=54$ . Найдите АК.

**52.** Через точку А, лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке К. Другая прямая пересекает окружность в точках В и С, причём  $AB=5$ ,  $BC=15$ . Найдите АК.



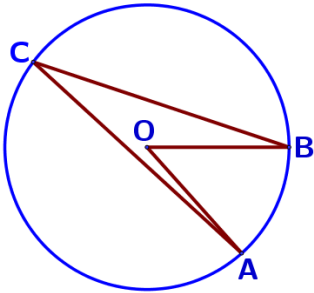
**53.** Через точку А, лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке К. Другая прямая пересекает окружность в точках В и С, причём  $AB=7$ ,  $BC=21$ . Найдите АК.



## 17. Окружность, круг и их элементы

### Часть 2. ФИПИ. Расширенная версия

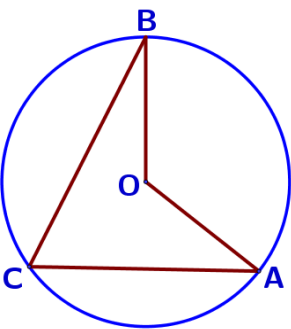
#### I) Центральный и вписанный угол



1. Точка  $O$  – центр окружности,  $\angle ACB = 24^\circ$  (см. рисунок). Найдите величину угла  $AOB$  (в градусах).

2. Точка  $O$  – центр окружности,  $\angle ACB = 35^\circ$  (см. рисунок). Найдите величину угла  $AOB$  (в градусах).

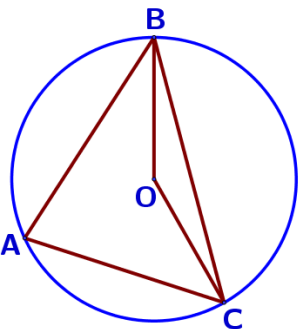
3. Точка  $O$  – центр окружности,  $\angle ACB = 62^\circ$  (см. рисунок). Найдите величину угла  $AOB$  (в градусах).



4. Точка  $O$  – центр окружности,  $\angle AOB = 118^\circ$  (см. рисунок). Найдите величину угла  $ACB$  (в градусах).

5. Точка  $O$  – центр окружности,  $\angle AOB = 134^\circ$  (см. рисунок). Найдите величину угла  $ACB$  (в градусах).

6. Точка  $O$  – центр окружности,  $\angle AOB = 72^\circ$  (см. рисунок). Найдите величину угла  $ACB$  (в градусах).

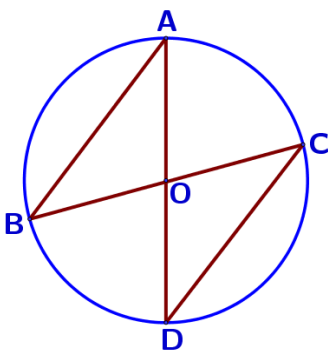


7. Точка  $O$  – центр окружности,  $\angle BAC = 75^\circ$  (см. рисунок). Найдите величину угла  $BOC$  (в градусах).

8. Точка  $O$  – центр окружности,  $\angle BAC = 60^\circ$  (см. рисунок). Найдите величину угла  $BOC$  (в градусах).

9. Точка  $O$  – центр окружности,  $\angle BOC = 160^\circ$  (см. рисунок). Найдите величину угла  $BAC$  (в градусах).

10. Точка  $O$  – центр окружности,  $\angle BOC = 70^\circ$  (см. рисунок). Найдите величину угла  $BAC$  (в градусах).

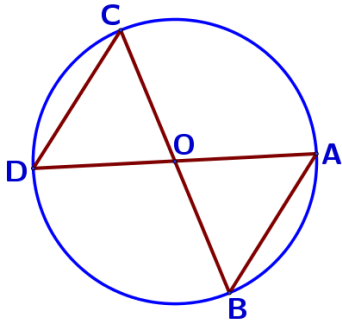


11. В окружности с центром в точке  $O$  проведены диаметры  $AD$  и  $BC$ , угол  $OAB$  равен  $37^\circ$ . Найдите величину угла  $OCD$ .

12. В окружности с центром в точке  $O$  проведены диаметры  $AD$  и  $BC$ , угол  $OAB$  равен  $65^\circ$ . Найдите величину угла  $OCD$ .

13. В окружности с центром в точке  $O$  проведены диаметры  $AD$  и  $BC$ , угол  $OCD$  равен  $30^\circ$ . Найдите величину угла  $OAB$ .

14. В окружности с центром в точке  $O$  проведены диаметры  $AD$  и  $BC$ , угол  $OCD$  равен  $75^\circ$ . Найдите величину угла  $OAB$ .

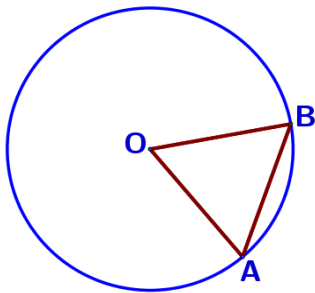


**15.** В окружности с центром в точке  $O$  проведены диаметры  $AD$  и  $BC$ , угол  $ABO$  равен  $55^\circ$ . Найдите величину угла  $ODC$ .

**16.** В окружности с центром в точке  $O$  проведены диаметры  $AD$  и  $BC$ , угол  $ABO$  равен  $30^\circ$ . Найдите величину угла  $ODC$ .

**17.** В окружности с центром в точке  $O$  проведены диаметры  $AD$  и  $BC$ , угол  $ABO$  равен  $77^\circ$ . Найдите величину угла  $ODC$ .

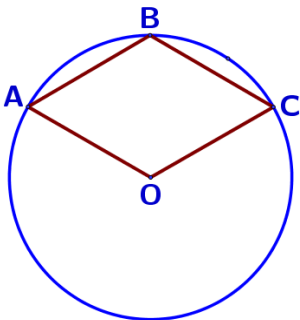
**18.** Центральный угол  $AOB$  опирается на хорду  $AB$  длиной 9. При этом угол  $OAB$  равен  $60^\circ$ . Найдите радиус окружности.



**19.** Центральный угол  $AOB$  опирается на хорду  $AB$  длиной 7. При этом угол  $OAB$  равен  $60^\circ$ . Найдите радиус окружности.

**20.** Центральный угол  $AOB$  опирается на хорду  $AB$  длиной 13. При этом угол  $OAB$  равен  $60^\circ$ . Найдите радиус окружности.

**21.** Точка  $O$  – центр окружности, на которой лежат точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  таким образом, что  $OABC$  – ромб. Найдите угол  $OAB$ . Ответ дайте в градусах.

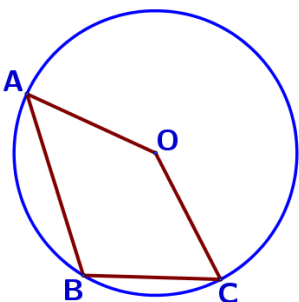


**22.** Точка  $O$  – центр окружности, на которой лежат точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  таким образом, что  $OABC$  – ромб. Найдите угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.

**23.** Точка  $O$  – центр окружности, на которой лежат точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  таким образом, что  $OABC$  – ромб. Найдите угол  $OCB$ . Ответ дайте в градусах.

**24.** Точка  $O$  – центр окружности, на которой лежат точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  таким образом, что  $OABC$  – ромб. Найдите угол  $AOC$ . Ответ дайте в градусах.

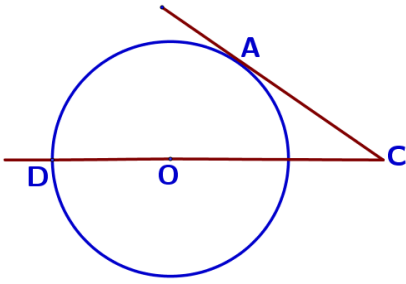
**25.** Точка  $O$  – центр окружности, на которой лежат точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Известно, что  $\angle ABC=109^\circ$  и  $\angle OAB=48^\circ$ . Найдите угол  $BCO$ . Ответ дайте в градусах.



**26.** Точка  $O$  – центр окружности, на которой лежат точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Известно, что  $\angle ABC=131^\circ$  и  $\angle OAB=53^\circ$ . Найдите угол  $BCO$ . Ответ дайте в градусах.

**27.** Точка  $O$  – центр окружности, на которой лежат точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Известно, что  $\angle ABC=124^\circ$  и  $\angle OAB=64^\circ$ . Найдите угол  $BCO$ . Ответ дайте в градусах.

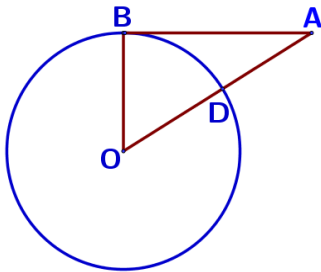
II) Касательная, хорда, секущая, радиус



**28.** Найдите угол  $\text{ACO}$ , если его сторона  $\text{CA}$  касается окружности,  $\text{O}$  – центр окружности, а дуга  $\text{AD}$  окружности, заключённая внутри этого угла, равна  $130^\circ$ .

**29.** Найдите угол  $\text{ACO}$ , если его сторона  $\text{CA}$  касается окружности,  $\text{O}$  – центр окружности, а дуга  $\text{AD}$  окружности, заключённая внутри этого угла, равна  $140^\circ$ .

**30.** Найдите угол  $\text{ACO}$ , если его сторона  $\text{CA}$  касается окружности,  $\text{O}$  – центр окружности, а дуга  $\text{AD}$  окружности, заключённая внутри этого угла, равна  $120^\circ$ .



**31.** Отрезок  $\text{AB}=32$  касается окружности радиуса 24 с центром  $\text{O}$  в точке  $\text{B}$ . Окружность пересекает отрезок  $\text{AO}$  в точке  $\text{D}$ . Найдите  $\text{AD}$ .

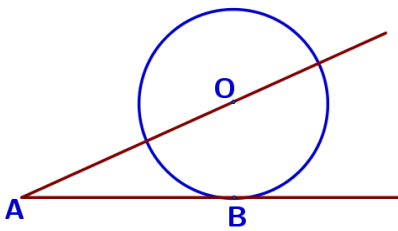
**32.** Отрезок  $\text{AB}=48$  касается окружности радиуса 14 с центром  $\text{O}$  в точке  $\text{B}$ . Окружность пересекает отрезок  $\text{AO}$  в точке  $\text{D}$ . Найдите  $\text{AD}$ .

**33.** Отрезок  $\text{AB}=51$  касается окружности радиуса 68 с центром  $\text{O}$  в точке  $\text{B}$ . Окружность пересекает отрезок  $\text{AO}$  в точке  $\text{D}$ . Найдите  $\text{AD}$ .

**34.** К окружности с центром в точке  $\text{O}$  проведены касательная  $\text{AB}$  и секущая  $\text{AO}$ . Найдите радиус окружности, если  $\text{AB}=12$  см,  $\text{AO}=13$  см.

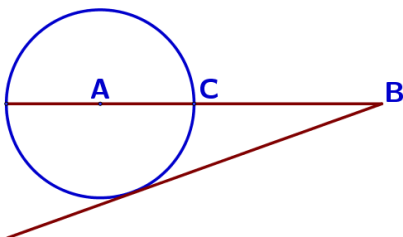
**35.** К окружности с центром в точке  $\text{O}$  проведены касательная  $\text{AB}$  и секущая  $\text{AO}$ . Найдите радиус окружности, если  $\text{AB}=40$  см,  $\text{AO}=85$  см.

**36.** К окружности с центром в точке  $\text{O}$  проведены касательная  $\text{AB}$  и секущая  $\text{AO}$ . Найдите радиус окружности, если  $\text{AB}=21$  см,  $\text{AO}=75$  см.



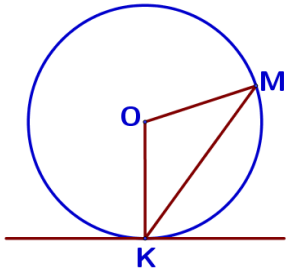
**37.** На отрезке  $\text{AB}$  выбрана точка  $\text{C}$  так, что  $\text{AC}=14$  и  $\text{BC}=36$ . Построена окружность с центром  $\text{A}$ , проходящая через  $\text{C}$ . Найдите длину отрезка касательной, проведённой из точки  $\text{B}$  к этой окружности.

**38.** На отрезке  $\text{AB}$  выбрана точка  $\text{C}$  так, что  $\text{AC}=6$  и  $\text{BC}=4$ . Построена окружность с центром  $\text{A}$ , проходящая через  $\text{C}$ . Найдите длину отрезка касательной, проведённой из точки  $\text{B}$  к этой окружности.



**39.** На отрезке  $\text{AB}$  выбрана точка  $\text{C}$  так, что  $\text{AC}=75$  и  $\text{BC}=10$ . Построена окружность с центром  $\text{A}$ , проходящая через  $\text{C}$ . Найдите длину отрезка касательной, проведённой из точки  $\text{B}$  к этой окружности.





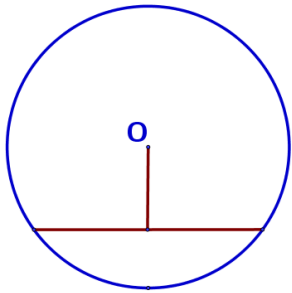
**40.** Прямая касается окружности в точке К. Точка О – центр окружности. Хорда КМ образует с касательной угол, равный  $54^\circ$ . Найдите величину угла ОМК. Ответ дайте в градусах.

**41.** Прямая касается окружности в точке К. Точка О – центр окружности. Хорда КМ образует с касательной угол, равный  $75^\circ$ . Найдите величину угла ОМК. Ответ дайте в градусах.

**42.** Прямая касается окружности в точке К. Точка О – центр окружности. Хорда КМ образует с касательной угол, равный  $69^\circ$ . Найдите величину угла КОМ. Ответ дайте в градусах.

**43.** Прямая касается окружности в точке К. Центр окружности – точка О. Хорда КМ образует с касательной угол, равный  $42^\circ$ . Найдите величину угла КОМ. Ответ дайте в градусах.

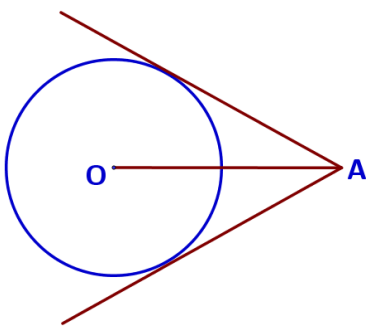
**44.** Длина хорды окружности равна 72, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 27. Найдите диаметр окружности.



**45.** Длина хорды окружности равна 48, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 70. Найдите диаметр окружности.

**46.** Длина хорды окружности равна 30, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 36. Найдите диаметр окружности.

**47.** Из точки А проведены две касательные к окружности с центром в точке О. Найдите расстояние от точки А до точки О, если угол между касательными равен  $60^\circ$ , а радиус окружности равен 6.

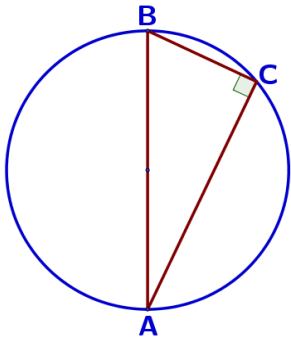


**48.** Из точки А проведены две касательные к окружности с центром в точке О. Найдите радиус окружности, если угол между касательными равен  $60^\circ$ , а расстояние от точки А до точки О равно 6.

**49.** Из точки А проведены две касательные к окружности с центром в точке О. Найдите расстояние от точки А до точки О, если угол между касательными равен  $60^\circ$ , а радиус окружности равен 8.

**50.** Из точки А проведены две касательные к окружности с центром в точке О. Найдите радиус окружности, если угол между касательными равен  $60^\circ$ , а расстояние от точки А до точки О равно 8.

III) Окружность, описанная вокруг многоугольника

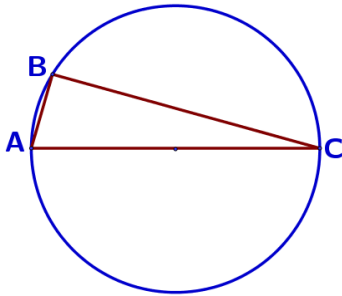


**51.** В треугольнике ABC известно, что  $AC=12$ ,  $BC=5$ , угол C равен  $90^\circ$ . Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.

**52.** В треугольнике ABC известно, что  $AC=20$ ,  $BC=15$ , угол C равен  $90^\circ$ . Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.

**53.** В треугольнике ABC известно, что  $AC=15$ ,  $BC=5\sqrt{7}$ , угол C равен  $90^\circ$ . Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.

**54.** В треугольнике ABC известно, что  $AC=14$ ,  $BC=\sqrt{165}$ , угол C равен  $90^\circ$ . Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.

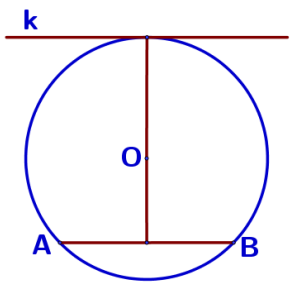


**55.** Сторона AC треугольника ABC проходит через центр описанной около него окружности. Найдите  $\angle C$ , если  $\angle A=74^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

**56.** Сторона AC треугольника ABC проходит через центр описанной около него окружности. Найдите  $\angle C$ , если  $\angle A=83^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

**57.** Сторона AC треугольника ABC проходит через центр описанной около него окружности. Найдите  $\angle C$ , если  $\angle A=79^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

**58.** Радиус окружности с центром в точке O равен 65, длина хорды AB равна 126. Найдите расстояние от хорды AB до параллельной ей касательной  $k$ .



**59.** Радиус окружности с центром в точке O равен 82, длина хорды AB равна 36. Найдите расстояние от хорды AB до параллельной ей касательной  $k$ .

**60.** Радиус окружности с центром в точке O равен 90, длина хорды AB равна 144. Найдите расстояние от хорды AB до параллельной ей касательной  $k$ .