Задание №26 (модуль «Геометрия»), И.В.Ященко

Вариант №1

Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 36 и 39, а основание равно 12. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB. Найдите площадь трапеции.

Вариант № 2

На стороне BC остроугольного треугольника ABC ($AB \neq AC$) как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M, $AD = 32$, $MD = 8$, H – точка пересечения высот треугольника ABC. Найдите AH.

Вариант № 3

Две касающиеся внешним образом в точке K окружности, радиусы которых равны 22 и 33, касаются сторон угла с вершиной A. Общая касательная к эти окружностям, проходящая через точку K, пересекает стороны угла в точках B и C. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC.

Вариант №4

В треугольнике ABC известны длины сторон $AB = 40$, $AC = 64$, точка O – центр окружности, описанной около треугольника ABC. Прямая BD, перпендикулярная прямой AO, пересекает сторону AC в точке D. Найдите CD.

Вариант №5

В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведенную из вершины B в отношении 13 : 12, считая от точки B. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, если $BC = 10$.

Вариант № 6

Из вершины прямого угла C треугольника ABC проведена высота CP. Радиус окружности, вписанной в треугольник BCP, равен 96, тангенс угла BAC равен $\frac{8}{15}$. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

Вариант № 7

Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F. Найдите AB, если $AF = 24$. $BF = 10$.

Вариант № 8

Биссектрисы углов C и D при боковой стороне CD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке G. Найдите CD, если $CG = 24$. $DG = 18$.

Вариант № 9

Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F. Биссектрисы углов C и D при боковой стороне CD пересекаются в точке C. Найдите FC, если основания равны 16 и 30, боковые стороны – 13 и 15.

Вариант № 10

Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F. Биссектрисы углов C и D при боковой стороне CD пересекаются в точке G. Найдите FG, если средняя линия трапеции равна 21, боковые стороны 13 и 15.

Вариант № 11

Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F. Биссектрисы углов C и D при боковой стороне CD пересекаются в точке G. Найдите FG, если средняя линия трапеции равна 19, боковые стороны - 13 и 15.

Вариант № 12

В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 28. Найдите стороны треугольника ABC.

Вариант 13

В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AO перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 64. Найдите стороны треугольника ABC.

Вариант № 14

В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ отмечены точки K, L, M и N – середины сторон AD, AB, BC и CD соответственно. Расстояние между точками K и L равно 6, между точками K и N – 12. Найдите периметр четырехугольника $KLMN$.

Вариант № 15

В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ отмечены точки K, L, M и N – середины сторон AD, AB, BC и CD соответственно. Расстояние между точками K и L равно 8, между точками K и N – 14. Найдите площадь четырехугольника $KLMN$, если диагонали AC и BD образуют угол 30^o.

Вариант № 16

В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ отмечены точки K, L, M и N – середины сторон AD, AB, BC и CD соответственно. Найдите отношение площади четырехугольника $ABCD$ к площади четырехугольника $KLMN$.

Вариант № 17

Окружности радиусов 12 и 52 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D – на второй. При этом AC и BD – общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD.

Вариант № 18

Окружности радиусов 15 и 21 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D – на второй. При этом AC и BD – общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD.

Вариант № 19

Окружности радиусов 36 и 45 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D – на второй. При этом AC и BD – общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD.

Вариант № 20

Две касающиеся внешним образом в точке K окружности, радиусы которых равны 39 и 42, касаются сторон угла с вершиной A. Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку K, пересекает стороны угла в точках B и C. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC.

Вариант № 21

Две касающиеся внешним образом в точке K окружности, радиусы которых равны 36 и 39, касаются сторон угла с вершиной A. Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку K, пересекает стороны угла в точках B и C. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC.

Вариант № 22

Найдите площадь трапеции, диагонали которой равны 15 и 9, а средняя линия равна 6.

Вариант № 23

Найдите площадь трапеции, диагонали которой равны 15 и 7, а средняя линия равна 10.

Вариант № 24

Найдите площадь трапеции, диагонали которой равны 10 и 8, а средняя линия равна 3.

Вариант №25

Площадь треугольника ABC равна 80. Биссектриса AD пересекает медиану BK в точке E, при этом $BD : CD = 1 : 3$. Найдите площадь четырехугольника $EDCK$

Вариант № 26

Площадь треугольника ABC равна 60. Биссектриса AD пересекает медиану BK в точке E, при этом $BD : CD = 1 : 2$. Найдите площадь четырехугольника $EDCK$.

Вариант № 27

В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основанию BC. Окружность проходит через точки C и D и касается прямой AB в точке E. Найдите расстояние от точки E до прямой CD, если $AD = 15$, $BC = 12$.

Вариант № 28

В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основанию BC. Окружность проходит через точки C и D и касается прямой AB в точке E. Найдите расстояние от точки E до прямой CD, если $AD = 6$, $BC = 5$.

Вариант № 29

Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 20 и 25, а основание BC равно 5. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB. Найдите площадь трапеции.

Вариант № 30

Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 18 и 30, а основание BC равно 3. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB. Найдите площадь трапеции.

Вариант № 31

Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 40 и 41, а основание BC равно 16. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB. Найдите площадь трапеции.

Вариант № 32

Биссектриса угла A треугольника ABC делит медиану, проведенную из вершины B, в отношении 5 : 4, считая от вершины B. В каком отношении, считая от вершины C, эта биссектриса делит медиану, проведенную из вершины C?

Задание № 26 (модуль «Геометрия») из СтатГрад

Вариант №1

В треугольнике ABC на его медиане отмечена точка K так, что $BK : KM = 7 : 3$. Прямая AK пересекает сторону BC в точке P. Найдите отношение площади треугольника BKP к площади четырехугольника $KPCM$.

Вариант №2

В выпуклом четырехугольнике $NPQM$ диагональ NQ является биссектрисой угла PNM и пересекается с диагональю PM в точке S. Найдите NS, если известно, что около четырехугольника $NPQM$ можно описать окружность, $PQ = 14$, $SQ = 4$.

Вариант №3

Из вершины прямого угла C треугольника ABC проведена высота CP. Радиус окружности, вписанной в ΔBCP, равен 96, тангенс угла BAC равен $\frac{8}{15}$. Найдите радиус окружности, вписанной в ΔABC.

Вариант №4

Углы при одном основании трапеции 85° и 5°, а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции равны 11 и 1. Найдите основания трапеции.

Ответы

Задание №26 (модуль «Геометрия») из сборника «ОГЭ. Математика: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов/ под ред. И.В.Ященко»

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ответ	702	30	68,75	39	13	204	26	30	9

Вариант	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Ответ	7	5	$7\sqrt{13}$; $14\sqrt{3}$; $21\sqrt{3}$	$16\sqrt{13}$; $32\sqrt{13}$; $48\sqrt{5}$	36	56	2 : 1	39	35

Вариант	19	20	21	22	23	24	25	26	27
Ответ	80	546,75	486,75	54	42	24	36	25	$6\sqrt{5}$

Вариант	28	29	30	31	32	33	34	35	36
Ответ	$\sqrt{30}$	250	270	820	16 : 5	8 : 7	29; 3	23; 3	8; 4

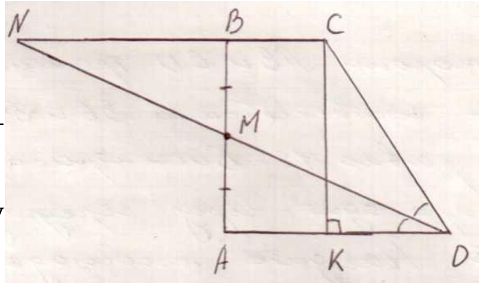
Задание № 26 (модуль «Геометрия») из тренировочной работы по подготовке ОГЭ по математике СтатГрад 7 апреля 2015 года

Вариант	1	2	3	4
Ответ	49 : 81	45	204	10 и 12

Решения

Сборник «ОГЭ. Математика: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов/ под ред. И.В.Ященко»

Вариант №1 (аналогично варианты 29, 30, 31)



M – середина AB.

1. $DM \cap CB = N$.
2. $\angle CND = \angle NDK = \angle NDC \Rightarrow \Delta\ NCD$ – равнобедренный, $NC = CD = 39 \Rightarrow NB = 27$.
3. $\Delta\ NBM = \Delta\ MAD$ (по второму признаку равенства треугольников) $\Rightarrow AD = 27$.
4. $CK \parallel AB$, $CK = AB = 36$, $BC = AK = 12 \Rightarrow KD = 15$.

$\Delta\ CKD$ – прямоугольный, т.к. $CD^2 = CK^2 + KD^2 \Rightarrow CK$ – высота.

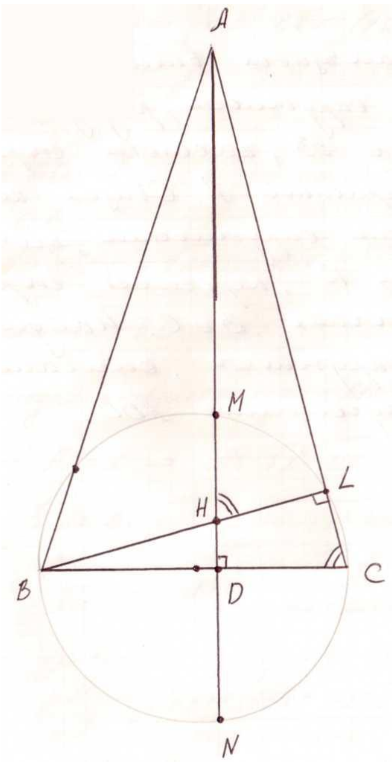
$$S = \frac{BC + AD}{2} \cdot CK = \frac{12 + 27}{2} \cdot 36 = 702.$$

Ответ: 702.

Вариант № 2

1. $\angle BLC = 90^o$ (опирается на диаметр).
2. $\Delta ALH \sim \Delta ADC$ (по первому признаку подобия треугольников)

$$\left.\begin{array}{l}\angle HAL = \angle DAC \text{ - общий} \\ \angle HLA = \angle ADC = 90^o\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{AL}{AD} = \frac{AH}{AC} = \frac{HL}{DC} \Rightarrow AL \cdot AC = AH \cdot AD \quad (1)$$



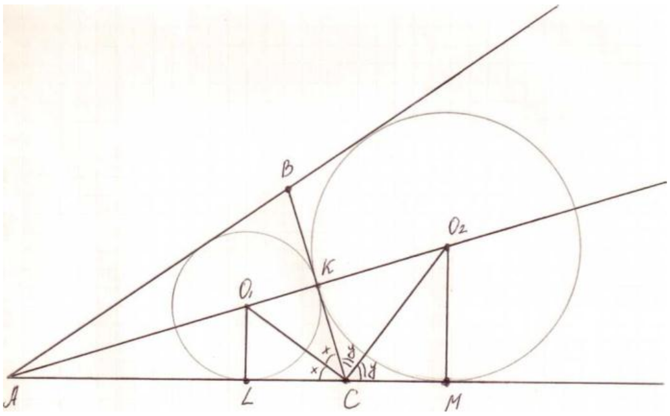
3. Продолжим высоту AD до пересечения с окружностью. Обозначим точку N.
4. $AL \cdot AC = AM \cdot AN \quad (2)$
5. $AH \cdot AD = AM \cdot AN$

$$AH = \frac{AM \cdot AN}{AD} \quad (MD = DN = 8)$$

$$AH = \frac{24 \cdot 40}{32} = 30.$$

Ответ: 30.

Вариант № 3 (аналогично варианты 20, 21)



$$\left.\begin{array}{l} CO_1 \text{ - биссектриса угла } LCK \text{ (тт.к } \Delta LO_1C = \Delta KO_1C) \\ CO_2 \text{ - биссектриса угла } KCM \text{ (тт.к } \Delta KO_2C = \Delta CO_2M) \end{array}\right\} \Rightarrow \angle O_1CO_2 = 90^o.$$

1. $CB \perp AO_2$ (т.к. CB - касательная) $\Rightarrow CK \perp O_1O_2$.

$CK = \sqrt{O_1K \cdot O_2K} = \sqrt{22 \cdot 33} = 11\sqrt{6}.$ $\Rightarrow AK$–медиана, высота

2. Аналогично $KB = 11\sqrt{6}.$

$\Rightarrow \Delta ABC$ – равнобедренный.

3. Пусть $AC = x \Rightarrow AK = \sqrt{x^2 - 726} \Rightarrow$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AK \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 22\sqrt{6} \cdot \sqrt{x^2 - 726} = 11\sqrt{6} \cdot \sqrt{x^2 - 726}.$$

4. $r = \dfrac{2S}{a+b+c} \Rightarrow 22 = \dfrac{22\sqrt{6} \cdot \sqrt{x^2 - 726}}{2x + 22\sqrt{6}}.$

Решая уравнение, получаем $x = 55\sqrt{6}.$

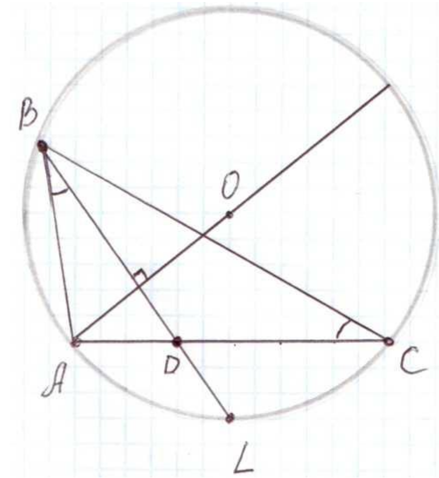
5. $R = \dfrac{abc}{4S} = \dfrac{55\sqrt{6} \cdot 55\sqrt{6} \cdot 22\sqrt{6}}{4 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 2\sqrt{6}} = \dfrac{275}{4} = 68{,}75.$

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 6 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 2\sqrt{6}.$

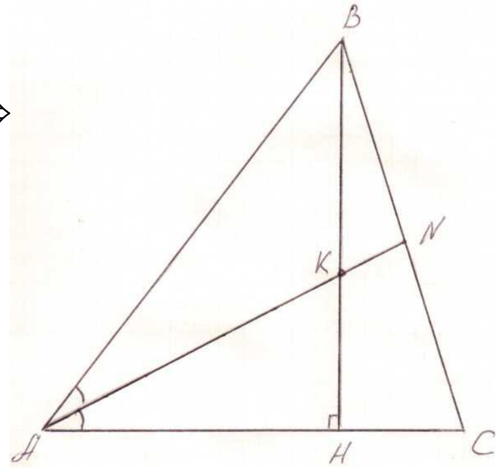
$p = 66\sqrt{6}.$ **Ответ:** 68,75.

Вариант №4

1. $BL \perp AO \Rightarrow \cup AB = \cup AL \Rightarrow$
   $\angle ABD = \angle ACB.$
2. $\Delta ABD \sim \Delta ABC$
   $\angle ABD = \angle ACB$, $\angle A$ – общий угол $\Rightarrow$
   $\dfrac{AB}{AD} = \dfrac{BC}{BD} = \dfrac{AC}{AB} \Rightarrow$
   $AD = \dfrac{AB \cdot AB}{AC} = \dfrac{40 \cdot 40}{64} = 25.$
3. $DC = AC - AD = 39.$ **Ответ:** 39.



Вариант №5



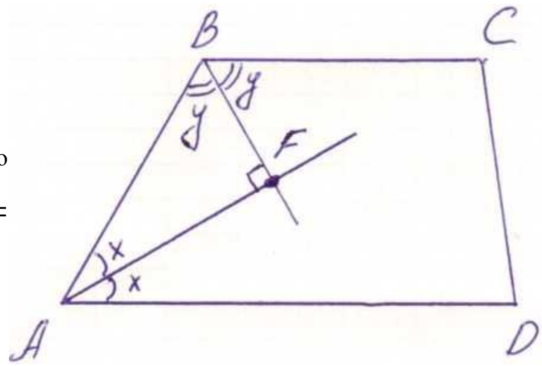
1. $AN \cap BH = K \Rightarrow BK : KH = 13 : 12 \Rightarrow AB : AH = 13 : 12$ (свойство биссектрисы угла).
2. $AB = 13x,\ AH = 12x \Rightarrow BH = 5x$ (из ΔABH, $\angle H = 90^o$).
3. $\sin\angle A = \dfrac{BH}{AB} = \dfrac{5}{13}$ (из ΔABH, $\angle H = 90^o$).
4. $\dfrac{BC}{\sin\angle A} = 2R$ (теорема синусов).

$R = 13$.

Ответ: 13.

Вариант №6 (аналогично Статграду вариант №3)

Вариант № 7 (аналогично вариант №8)



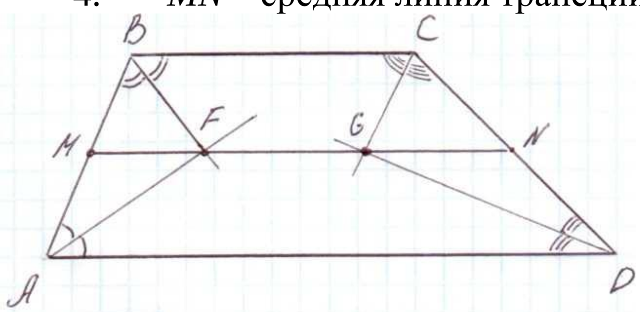
$\angle A = 2x$, $\angle B = 2y$.

1. $BC \parallel AD \Rightarrow \angle A + \angle B = 180^o$ (односторонние углы) $\Rightarrow 2x + 2y = 180^o$, $x + y = 90^o \Rightarrow \angle F = 90^o$.
2. ΔABF, $\angle F = 90^o$, $AF = 24$, $BF = 10$.
   $AB^2 = BF^2 + AF^2$
   $AB = 26$

Ответ: 26.

Вариант № 9 (аналогично вариант №10, 11)

1. $MF \parallel BC$, BF – секущая $\Rightarrow \angle CBF = \angle MFB$ (накрест лежащая) $\Rightarrow \Delta MBF$ – равнобедренный $\Rightarrow MB = MF$.
2. Аналогично, ΔAMF – равнобедренный $\Rightarrow AM = MF \Rightarrow MF = 6{,}5$ и лежит на средней линии трапеции.
3. Аналогично, $GN = 7{,}5$ и лежит на средней линии трапеции.
4. MN – средняя линия трапеции. $MN = 23$.



5. $FG = 23 – 6{,}5 – 7{,}5 = 9$.

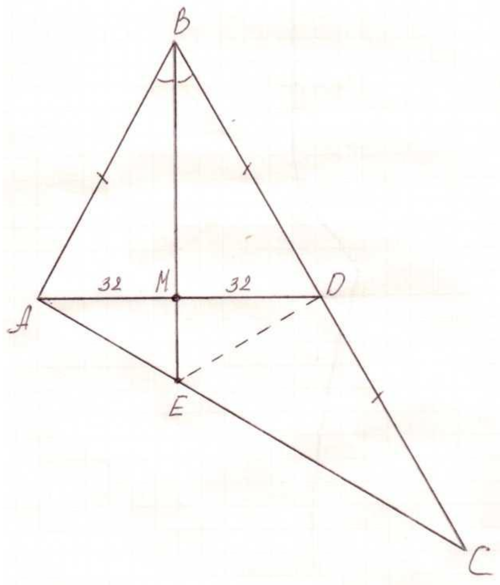
Ответ: 39.

Вариант № 13 (аналогично вариант № 12)

1. $\Delta ABM = \Delta BMD$ (BM –

общая, $\angle ABM = \angle DBM$, $\angle AMB = \angle BMD = 90^o$) $\Rightarrow BD = AB \Rightarrow \Delta ABD$ – равнобедренный $\Rightarrow$ BM – высота, медиана $\Rightarrow AM = MD = 32$.

2. $\Delta ABE = \Delta BED$ (BE – общая, $AB = BD$, $\angle ABE = \angle DBE$) $\Rightarrow S_{\Delta ABE} = S_{\Delta BDE}$.



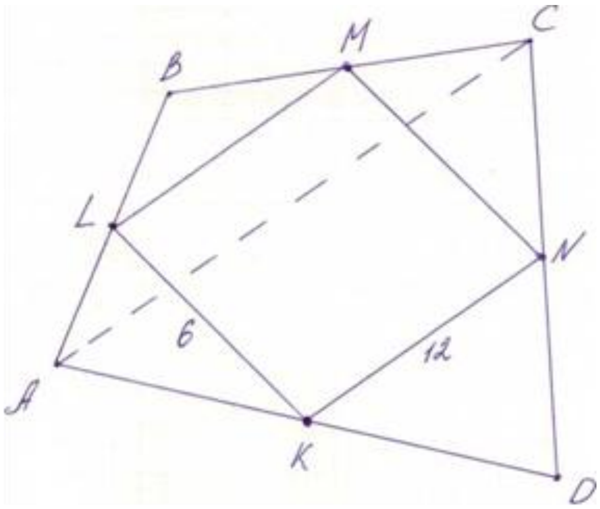
3. ΔBEC, ED – медиана $\Rightarrow S_{\Delta BED} = S_{\Delta EDC}$
$\Rightarrow$ $S_{\Delta ABC} = 3 \cdot S_{\Delta BED} = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot BE \cdot MD$ $= 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 64 \cdot 32 = 3072.$
4. ΔABC, AD – медиана $\Rightarrow S_{\Delta ABD} = S_{\Delta ADC} = 1536$.

$S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2} \cdot BM \cdot AD \Rightarrow BM = 48 \Rightarrow ME = 16.$

5. ΔABM, $\angle M = 90^o$, $AM = 32$, $BM = 48$ $\Rightarrow AB = 16\sqrt{13} \Rightarrow BC = 32\sqrt{13}$.
6. ΔAME, $\angle M = 90^o$, $AM = 32$, $ME = 16$ $\Rightarrow AE = 16\sqrt{5}$.

Ответ: $16\sqrt{13}$; $32\sqrt{13}$; $48\sqrt{5}$.

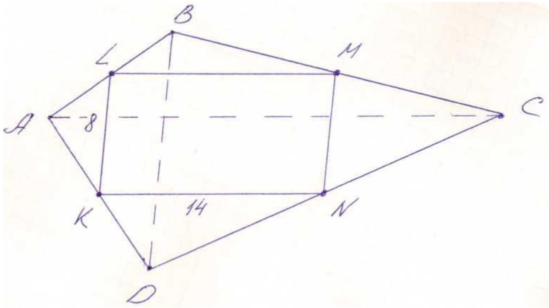
Вариант № 14



1. Проведем диагональ AC.
   В треугольнике ABC LM – средняя линия треугольника $\Rightarrow LM \parallel AC$ и $LM = \frac{1}{2} AC$.
2. Аналогично, KM – средняя линия треугольника ADC $KN \parallel AC$ и $KN = \frac{1}{2} AC$.
3. $LM \parallel KN$ и $LM = KN = 12 \Rightarrow$ $LMNK$ – параллелограмм $\Rightarrow$ $LK = MN = 6$.
4. $P = LM + MN + NK + KL = 36$.

Ответ: 36.

Вариант № 15



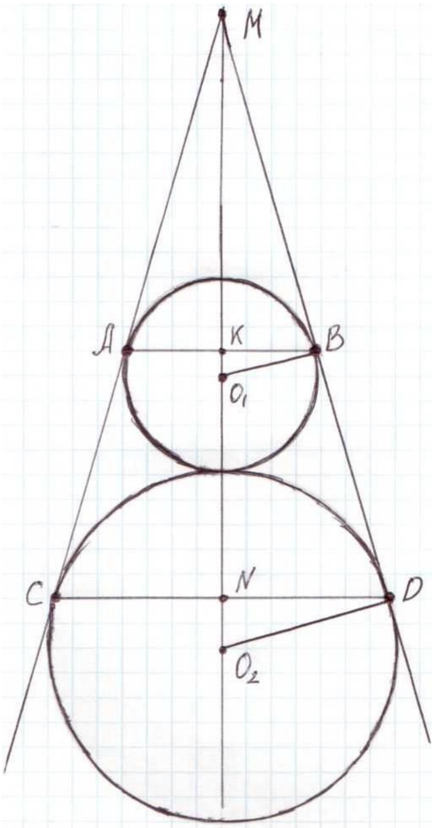
1. $KLMN$ – параллелограмм.
   $KL \parallel BD$ и $KN \parallel AC$
   (смотри Вариант 14).
2. Диагонали AC и BD образуют угол 30^o
   $\Rightarrow \angle LKN = 30^o$.
3. $S_{KLMN} = KL \cdot KN \cdot \sin 30^o = 8 \cdot 14 \cdot \frac{1}{2} = 56$

Ответ: 56.

Вариант № 16

1. Рисунок Варианта 15.
2. $S_{ABCD} = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin\alpha$.
3. $S_{KLMN} = KL \cdot MN \cdot \sin\alpha$
   $\left(KL = \frac{1}{2} d_1,\ LM = \frac{1}{2} d_2 \text{ - доказано в Варианте 14} \right)$.
4. $\dfrac{S_{ABCD}}{S_{KLMN}} = \dfrac{\frac{1}{2} d_1 d_2 \sin\alpha}{\frac{1}{2} d_1 \cdot \frac{1}{2} d_2 \sin\alpha} = 2.$ **Ответ:** 2 : 1.

Вариант № 17 (аналогично вариант № 18, 19)



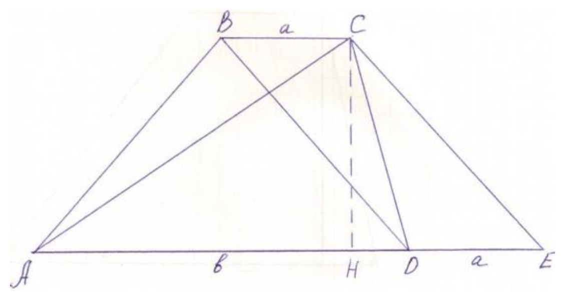
1. $AC \cap BD = M$.
2. $\Delta MBO_1 \sim \Delta KO_1B$ ($\angle O_1$ – общий, $\angle O_1KB = \angle O_1BM = 90^o$).
   $\dfrac{BO_1}{KO_1} = \dfrac{MB}{BK} = \dfrac{O_1M}{BO_1}$ $\quad KO_1 = \dfrac{144}{O_1M}$
3. $\Delta MO_1B \sim \Delta MO_2D$ ($\angle M$ – общий, $\angle MBO_1 = \angle MDO_2 = 90^o$).
   $\dfrac{BO_1}{BO_2} = \dfrac{MO_1}{MO_2}$
   $MO_2 = MO_1 + O_1O_2 = MO_1 + 64$
   $\dfrac{12}{52} = \dfrac{MO_1}{MO_1 + 64} \Rightarrow MO_1 = 19{,}2.$
4. $KO_1 = \dfrac{144}{MO_1} = \dfrac{144}{19{,}2} = 7{,}5.$
5. $\Delta MO_2D \sim \Delta NO_2D$ ($\angle O_2$ – общий, $\angle O_2ND = \angle MDO_2 = 90^o$).

$$\frac{MO_2}{DO_2} = \frac{O_2D}{NO_2} \quad MO_2 = MO_1 + 64 = 83{,}2 \Rightarrow NO_2 = 32{,}5.$$

6. $KN = KO_1 + O_1O_2 - NO_2 = 7{,}5 + 64 - 32{,}5 = 39.$

Ответ: 39.

Вариант № 23 (аналогично варианты № 22, 24)



1. Проведем прямую $CE \parallel BD$. $CE \cap AD = E$.
2. $DBCE$ – параллелограмм $\Rightarrow$ $BC = DE = a$, $BD = CE = 7$.
3. Средняя линия трапеции равна 10 $\Rightarrow \dfrac{BC + AD}{2} = 10 \quad BC + AD = 20$ и $BC = DE \Rightarrow AD + DE = 20$.
4. ΔACE: $AC = 15$, $CE = 7$, $AE = 20$.

$$S_\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{21 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 14} = 42.$$

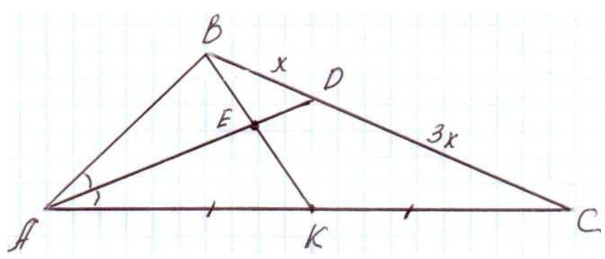
$$S_\Delta = \frac{1}{2} CH \cdot AE \Rightarrow CH = 4{,}2.$$

5. $S_{ABCD} = \dfrac{AD + BC}{2} \cdot CH = 10 \cdot 4{,}2 = 42.$

Ответ: 42.

Вариант № 25 (аналогично вариант № 26)

1. AD – биссектриса и $BD : CD = 1 : 3 \Rightarrow AB : AC = 1 : 3 \Rightarrow AB = y$, $AC = 3y \Rightarrow AK = 1{,}5y$.
2. AE – биссектриса и AB :

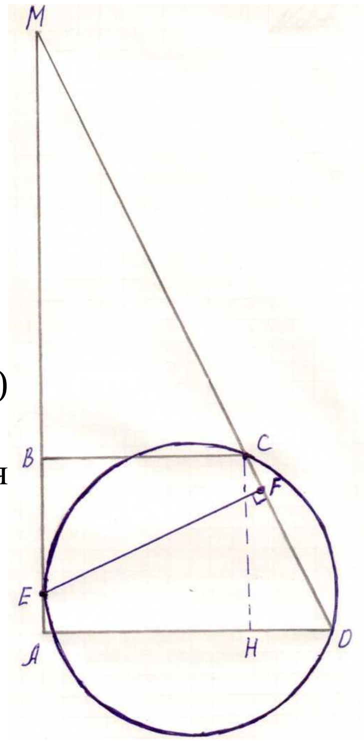


$AK = 1 : 1{,}5 \Rightarrow BE : EK = 1 : 1{,}5 \Rightarrow$ $BE = z$, $EK = 1{,}5z$.

3. BK – медиана $\Rightarrow$ $S_{\Delta ABK} = S_{\Delta BKC} = 40$.
4. Пусть $BD = k$, $DC = 3k \Rightarrow$

$$\frac{S_{\Delta BKC}}{S_{\Delta BED}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot BK \cdot BC \cdot \sin\angle KBC}{\frac{1}{2} \cdot BE \cdot ED \cdot \sin\angle EBD} = \frac{2{,}5z \cdot 4x}{z \cdot x} = 10 \Rightarrow S_{\Delta BED} = 4 \Rightarrow S_{\Delta DCK} = 36.$$

Ответ: 36.



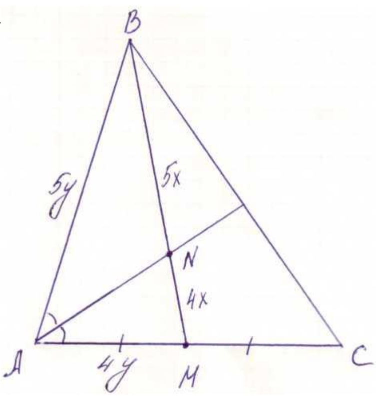
Вариант № 27 (аналогично вариант № 28)

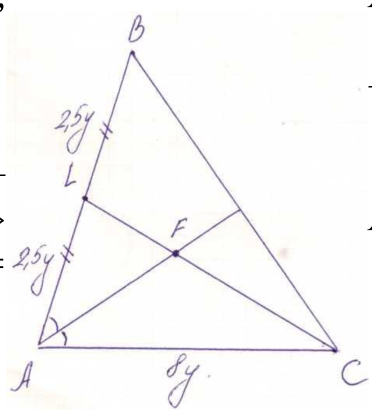
1. $AB \cap DC = M$.
2. $CH \perp AD$, $BC = AH = 12$, $AD = 15 \Rightarrow HD = 3$.
3. $\Delta BMC \sim \Delta CHD$
   $\angle MBC = \angle CHD = 90^o$
   $\angle BCM = \angle CDH$ (соответственные при $BC \parallel AD$)
   $\Rightarrow CD = x$, $MC = 4x$.
4. ME – касательная к окружности, MD – секущая
   $\Rightarrow ME^2 = MC \cdot MD = 4x \cdot 5x = 20x^2$
   $ME = 2\sqrt{5} \cdot x$
5. $\Delta MEF \sim \Delta AMD$
   $\angle EFM = \angle MAD = 90^o$
   $\angle M$ – общий $\Rightarrow$
   $\dfrac{EF}{AD} = \dfrac{MF}{AM} = \dfrac{EM}{MD} \Rightarrow \dfrac{EF}{15} = \dfrac{2\sqrt{5}x}{5x} \Rightarrow EF = 6\sqrt{5}.$

   Ответ: $6\sqrt{5}$.

Вариант № 32 (аналогично вариант № 33)

1. BM – медиана, $BN : NM = 5 : 4$.
2. AN – биссектриса $\Rightarrow AB : AM = 5 : 4$ (свойство биссектрисы).
   $AB = 5y$, $AM = 4y \Rightarrow AC = 8y$.
3. CL – медиана $\Rightarrow AL = 2{,}5y$.
   AF – биссектриса $\Rightarrow AC : AL = 16 : 5 \Rightarrow CF : FL = 16 : 5$.



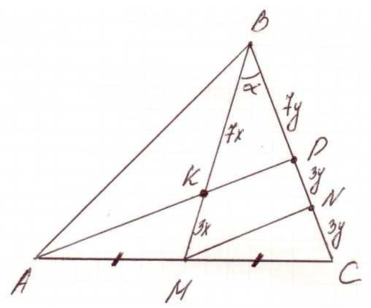


Ответ: 16 : 5.

Варианты № 34, 35, 36 (аналогично Статград вариант № 4)

Тренировочная работа по подготовке ОГЭ по математике СтатГрад 7 апреля 2015 года

Вариант №1



$MN \parallel AP \Rightarrow BP : PN = 7{:}3.$

1. $AM = MC \Rightarrow PN = NC = 3y \Rightarrow BC = 13y.$

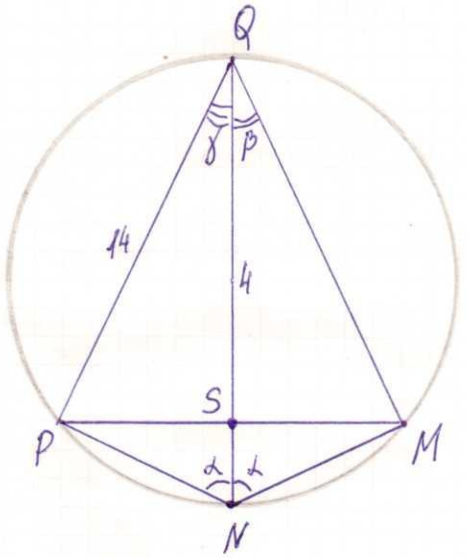
2. $$\frac{S_{\Delta BKP}}{S_{KPCM}} = \frac{S_{\Delta BKP}}{S_{\Delta BMC} - S_{\Delta BKP}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2}BK \cdot BP \cdot \sin\alpha}{\frac{1}{2}BM \cdot BC \cdot \sin\alpha - \frac{1}{2}BK \cdot BP \cdot \sin\alpha} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2}7x \cdot 7y}{\frac{1}{2}10x \cdot 13y - \frac{1}{2}7x \cdot 7y} = \frac{49}{81}.$$

Ответ: 49 : 81.

Вариант №2



1. $\angle QNM = \angle QPM = \alpha$ (опираются на одну дугу), $\angle QNP = \angle QMP = \alpha$ (опираются на одну дугу) $\Rightarrow \angle QPM = \angle QMP \Rightarrow \Delta QPM$ – равнобедренный.

2. $\angle PQN = \angle PMN = \gamma$ (опираются на одну дугу), $\angle NQM = \angle MPN = \beta$ (опираются на одну дугу).

3. $\Delta PSN \sim \Delta QSM$ (по двум углам).

$$\frac{PS}{SQ} = \frac{SN}{SM} = \frac{PN}{QM} \qquad (1)$$

$\Delta PSQ \sim \Delta NSM$ (по двум углам).

$$\frac{PS}{SN} = \frac{SQ}{SM} = \frac{PQ}{MN} \qquad (2)$$

Из (1) и (2) $\Rightarrow$ $\Delta PSN \sim \Delta QSM \sim \Delta PSQ \sim \Delta NSM \Rightarrow$

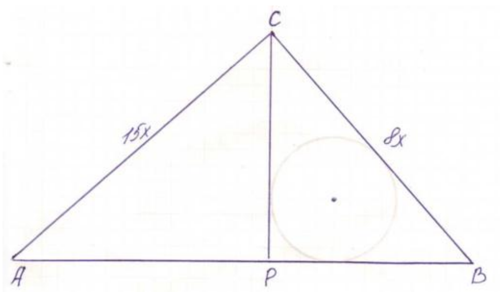
$\Rightarrow \angle PSN = \angle QSM = \angle PSQ = \angle NSM = 90° \Rightarrow$

$\Rightarrow QS$ – высота и медиана $\Rightarrow$

$$\Rightarrow PS = 6\sqrt{5} \Rightarrow \frac{SN}{6\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{4} \Rightarrow SN = 45.$$

Ответ: 45.

Вариант №3 (аналогично вариант №6 (сборник Ященко))



1. $tg\angle BAC = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{8}{15} \Rightarrow AB = 17x.$

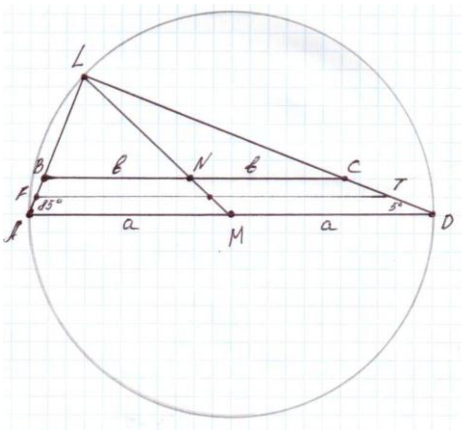
2. $\Delta ABC \sim \Delta BCP$ (по двум углам).

$$\frac{AB}{CB} = \frac{AC}{CP} = \frac{CB}{PB} = \frac{17}{8}.$$

3. $\dfrac{r_1}{r_2} = \dfrac{17}{8}$ $\qquad \dfrac{r_1}{96} = \dfrac{17}{8} \Rightarrow r_1 = 204$

Ответ: 204.

Вариант №4



1. $ABCD$ – трапеция. $BC \parallel AD$.
$BN = NC$, $AM = MD$, $AF = FB$, $CT = TD$

$$\Rightarrow FT = \frac{BC + AD}{2} = 11 \Rightarrow BC + AD = 22.$$

2. $AB \cap DC = L, \quad \angle A = 85^\circ, \quad \angle D = 5^\circ \Rightarrow$
$\angle L = 90^\circ.$

3. Опишем окружность около $\Delta ALD \Rightarrow$
AD - диаметр.

4. $LM = AM = MD = R = a \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ΔALM и ΔLMD – равнобедренные $\Rightarrow$ углы при основаниях у треугольников равны.

5. $\angle LBN = \angle LAM$, $\angle LCN = \angle LDM$, как соответственные углы при $BC \parallel AD \Rightarrow \Delta BLN$ и ΔLNC –равнобедренные $\Rightarrow$ $LN = BN$ и $LN = NC \Rightarrow$ $BN = NC$.

6. Пусть $LM = a$, $AM = a$, $LN = a - 1$, $BN = b$.

$\Delta BLN \sim \Delta ALM$ (по двум углам) $\Rightarrow \dfrac{BL}{AL} = \dfrac{LN}{LM} = \dfrac{BN}{AM} \qquad \dfrac{a-1}{a} = \dfrac{b}{a}.$

Т.к $\Rightarrow BC + AD = 22 \Rightarrow a + b = 11 \Rightarrow b = 11 - a.$

$(a - 1)a = a(11 - a)$

$2a^2 - 12a = 0$

$a = 0$ или $a = 6 \quad b = 5.$

Ответ: 10 и 12.