

Математические понятия

План

I. Профессиональный аспект темы

II. Математическое понятие:

- 1. Существенные и несущественные свойства.**
- 2. Объем понятия.**
- 3. Содержание понятия.**
- 4. Связь между объемом и содержанием.**

III. Определение понятий:

- 1. Виды определений.**
- 2. Требования к определению понятий.**
- 3. Алгоритм построения определения понятия.**

IV. Основные выводы

В начальном курсе математики изучаются различные понятия, которые можно представить в виде четырех групп:

- числа и операции над ними;**
- алгебраические понятия;**
- геометрические понятия;**
- величины и их измерение.**

Учителю необходимы теоретические знания о видах и структуре определений математических понятий и объектов для того, чтобы осуществлять процесс формирования понятий у учащихся.

Понятие – это форма мышления о целостной совокупности свойств объектов реального мира.

Математические понятия имеют особенности: математические объекты, о которых составляют понятие, в реальности не существуют.

Пример: В геометрии изучается форма и размер предметов, но не изучается их масса, цвет и т.д., поэтому вместо «предмет» говорят «геометрическая фигура».

Существенные и несущественные свойства

Существенные свойства – это свойства, присущие данному объекту, без которых его существование невозможно.

Несущественные свойства – это свойства, отсутствие которых не влияет на существование объекта.

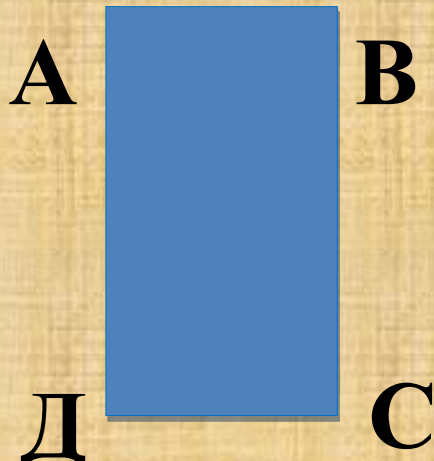
Математическое понятие – это совокупность всех существенных свойств объекта.

СУЩЕСТВЕННЫЕ СВОЙСТВА

1. Противоположенные стороны \parallel
2. Углы прямые
3. Противоположенные стороны $=$
4. Диагонали равны
5. Диагонали точкой пересечения делятся пополам
6. Диагональ делит на два равных треугольника

НЕСУЩЕСТВЕННЫЕ СВОЙСТВА

1. ABCD – прямоугольник
2. MNKL – прямоугольник
3. ABCD – синий
4. MNKL – красный
5. AB, CD – большая сторона
6. MK, NL – большая сторона
7. AD – меньшая сторона
8. KL – меньшая сторона



ПОНЯТИЕ

```
graph TD; A[ПОНЯТИЕ] --> B[ОБЪЕМ ПОНЯТИЯ]; A --> C[СОДЕРЖАНИЕ ПОНЯТИЯ];
```

**ОБЪЕМ
ПОНЯТИЯ**

**СОДЕРЖАНИЕ
ПОНЯТИЯ**

**Чем больше объем понятия,
тем меньше его содержание и наоборот**

Объем понятия – множество всех объектов,
обозначаемых одним термином.

Содержание понятия – множество всех существенных
свойств объекта.

Характеристика понятия –

- термин,
- объем,
- содержание.

Пример. Дать характеристику понятию «квадрат».

Термин – квадрат

Объем понятия – множество различных квадратов

Содержание – четыре прямых угла, равные стороны,
равные диагонали...

Рассмотрим понятие «треугольник» и «прямоугольный треугольник»

Термин	Объем	Содержание
Треугольник	все треугольники	<ul style="list-style-type: none">• три вершины• три стороны• три угла
Прямоугольный треугольник	прямоугольные треугольники	<ul style="list-style-type: none">• три вершины• один из углов равен 90°
	Множество кругов	
Однозначное число		

Объем понятия «треугольник» больше объема понятия «прямоугольный треугольник», так как в объеме понятия «треугольник» входят и все прямоугольные треугольники. А содержание понятия «треугольник» меньше, так как в содержание понятия «прямоугольный треугольник» входит ещё и свойство «один из углов равен 90° ».

Определение понятия – это логическая операция,
раскрывающая содержание
понятия.



**Имеют форму совпадения
двух понятий
Их схема: «А есть В»**

**Не имеют форму
совпадения двух понятий**

Пример: Квадрат – это прямоугольник, у которого все стороны равны.

1. Определение через род и видовое отличие:

Схема определения:



Пример:

Определение. Дробь, у которой числитель меньше знаменателя, называется правильной.

Определяемое понятие – правильная дробь (термин)

Определяющее понятие - дробь, у которой числитель меньше знаменателя

Родовое понятие – дробь

Видовое отличие – числитель меньше знаменателя.

Вторник – это второй день недели

2. Генетическое определение – указан способ происхождения данного понятия.

Пример: Треугольником называется фигура, состоящая из трех точек, не лежащих на одной прямой, и трех попарно соединяющихся отрезков.

Термин – треугольник

Род – фигура

Способ построения – взять три точки, не лежащие на одной прямой и соединить каждую пару отрезками.

3. Отрицательные определения - не задают свойства объекта, а выполняют классификационную функцию.

Пример: **Скрещивающиеся прямые** - это прямые которые не лежат в одной плоскости.

Определяемое понятие – скрещивающиеся прямые

Родовое понятие – прямые

Видовое отличие – не лежат в одной плоскости.

4. Индуктивные (рекуррентные) определения

Пример: Арифметической прогрессией называется числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом.

Термин – арифметическая прогрессия

Род – числовая прогрессия

Способ нахождения каждого элемента

$$a_n = a_{n-1} + d$$

Неявные определения

```
graph TD; A[Неявные определения] --> B[Остенсивные]; A --> C[Контекстуальные];
```

Остенсивные

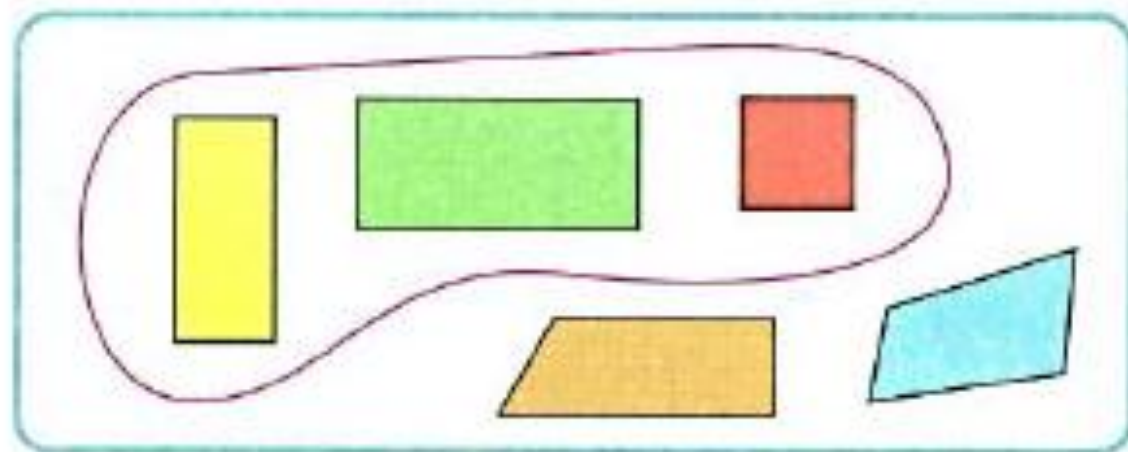
**Путем демонстрации
объектов**

Контекстуальные

**Через отрывок
текста**

В начальной школе в основном используются неявные определения. Иногда встречаются определения сочетающие и контекст и показ, т.е. остенсивно – контекстуальные.

5. Какой вид определения понятия используется при введении понятий «четырёхугольники» и «прямоугольники» в начальной школе (Дорофеев, Г.В., Миракова, Т.Н. Математика. 1 класс: учебник. В 2 ч. Ч.1, с. 64)?



Это четырёхугольники.

Красной линией выделены прямоугольники.

Требования к определению понятия:

- 1. Определение должно быть **соразмерным**, то есть объемы определяемого и определяющего понятия должны совпадать.**

Пример: Квадрат – это четырехугольник, у которого все стороны равны.

Определяемое понятие – квадрат

Объем – множество квадратов

Определяющее понятие – четырехугольник – множество четырехугольников, у которых все стороны равны, а это множество ромбов.

Но не всякий ромб есть квадрат, то есть объемы понятий не совпадают определение несоразмерно.

**Запрещается порочный круг, то есть нельзя
определять через само себя**

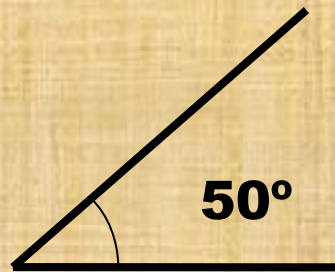
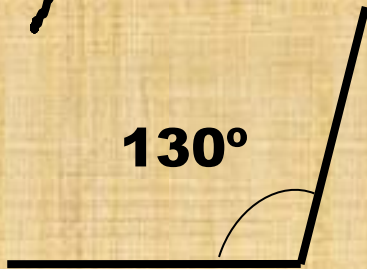
**Пример: Равные треугольники – это треугольники
которые равны.**

**Умножение чисел – это действие при помощи
которого находят произведение чисел.**

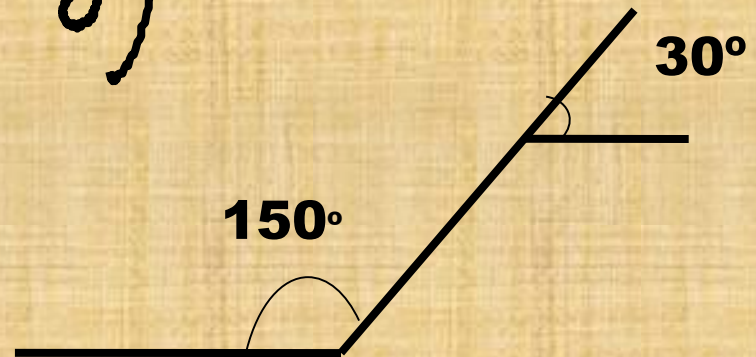
Отсутствие в определении избыточности или недостаточности

Пример: Смежными называются углы, которые в сумме составляют 180° .

а)



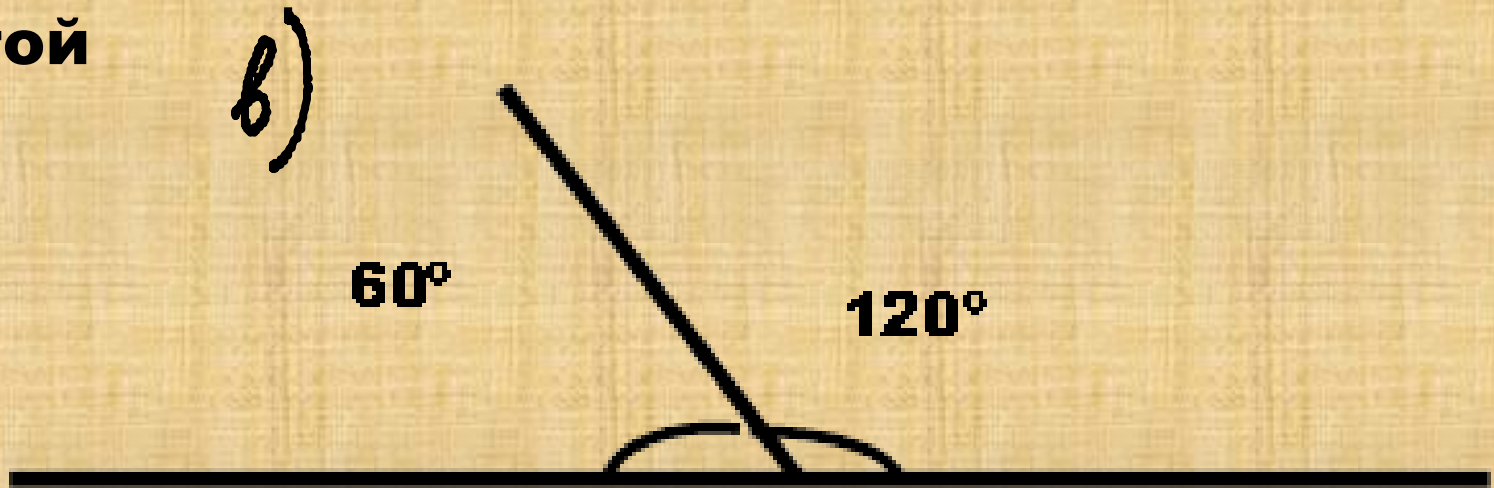
б)



Сумма данных углов составляет 180° , но они не являются смежными. В определении не указано свойства:

1) одна сторона общая

2) две другие являются продолжением одна другой



Пример. Квадратом называется прямоугольник, у которого все стороны равны и углы прямые.

Избыточное свойство – «иметь прямые углы».