

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ Microsoft Excel

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Приобретение навыков решения задач линейного программирования (ЛП) в табличном редакторе Microsoft Excel.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Для задачи ЛП, соответствующей номеру Вашего варианта, составьте модель задачи и найдите оптимальное решение в табличном редакторе Microsoft Excel, графическим методом, симплекс-методом.

ИНСТРУКЦИЯ ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ Microsoft Excel ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЛП

Пример. Фирма производит два вида продукции: А и В. Прибыль на единицу продукции А и В составляет соответственно 360 и 240 рублей. Технология производства требует работы 3 машин. Время работы машин 1, 2, 3 в минутах, необходимое для производства единицы продукции каждого вида, приведено в таблице.

	1	2	3
А	3	3	4
В	4	2	2

Еженедельный резерв времени работы машин равен соответственно 36, 32 и 40 часов в день. Определите ежедневные нормы выпуска продукции 1 и 2, максимизирующие прибыль.

Решение.

Построим математическую модель. Введем обозначения x_1 и x_2 для количества изделий моделей А и В.

Прибыль от реализации данной продукции равна $L=360x_1 + 240x_2 \rightarrow \max$

Эту прибыль нужно максимизировать. Это целевая функция (для нее ищется экстремум (минимум или максимум)).

Бесконечному росту целевой функции препятствуют ограничения, т.к. они не дают возможности бесконечно увеличивать количество производимой продукции А и В. Мы имеем ограничения лишь по времени работы машин. Переведем время, необходимое для производства единицы продукции каждого вида, данное в минутах, в часы. Получим: по продукции А – 0,05, 0,05, 0,06; по продукции В – 0,06, 0,03, 0,03. Ограничение по резерву времени для машины 1 выглядит следующим образом: $0,05x_1 + 0,06x_2 \leq 36$,

Для машины 2: $0,05x_1 + 0,03x_2 \leq 32$, для машины 3: $0,06x_1 + 0,03x_2 \leq 40$. Последнее ограничение – количества изделий не могут быть отрицательными числами, поэтому $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$.

Модель задачи:

$$L=360x_1 + 240x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 0,05x_1 + 0,06x_2 \leq 36, \\ 0,05x_1 + 0,03x_2 \leq 32, \\ 0,06x_1 + 0,03x_2 \leq 40, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

В настоящее время одним из наиболее известных способов численного решения задач линейного программирования является использование надстройки «Поиск решения» электронных таблиц Microsoft Excel.

Теоретической основой надстройки «Поиск решения» является симплекс-метод, позволяющий находить оптимальное решение задачи планирования с помощью итерационного процесса перехода к улучшающимся планам. «Поиск решения» является дополнением Excel, т. е. может не входить в стандартный вариант установки электронных таблиц. Для его добавления достаточно воспользоваться командой Данные→Поиск решения.

При решении задачи с помощью надстройки Поиск решения необходимо:

- 1) открыть окно Microsoft Excel;
- 2) заполнить ячейки A1-A3 таблицы обозначениями x_1 , x_2 и max соответственно (см. рис. 1);

	A	B
1	x1=	
2	x2=	
3	max	

Рис. 1

- 3) в ячейку B3 записать формулу $L=360x_1 + 240x_2$ через адреса соответствующих ячеек **=360*B1+240*B2** (адреса ячеек вводятся щелчком мыши по соответствующей ячейке или набираются с клавиатуры на английской раскладке), нажать Enter.
- 4) в диапазон ячеек A7-C9 записать систему ограничений через адреса соответствующих ячеек, т. е. в A7 ввести формулу **=0,05*B1+0,06*B2**, нажать Enter, в A8 ввести формулу **=0,05*B1+0,03*B2**, нажать Enter, в A9 ввести формулу **=0,06*B1+0,03*B2**, нажать Enter, в ячейки B7-B9 ввести слова *не более*, в ячейки C7-C9 36, 32 и 40 соответственно (см. рис. 2);

	A	B	C	D
1	x1=		0	
2	x2=		0	
3	max	0		
4				
5				
6	ограничения			
7	0 не более		36	
8	0 не более		32	
9	0 не более		40	
10				

Рис. 2

- 5) для решения поставленной задачи в вкладке **Данные** выбрать пункт *Поиск решения* (см. рис. 3);

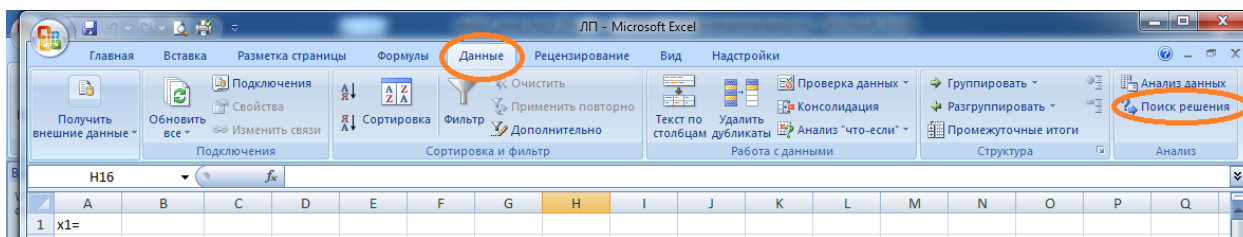






Рис. 3

- б) в появившемся окне *Поиск решения* в поле *Установить целевую ячейку* надо щёлкнуть по кнопке , затем в ячейке В3 и снова по кнопке ; в поле *Равной* установить флажок (щёлкнуть левой кнопкой мыши в соответствующем кружке) *максимальному значению*, в поле *Изменяя ячейки* щёлкнуть по кнопке , выделить мышью диапазон ячеек В1÷В2 и снова щёлкнуть по кнопке  (см. рис. 4);

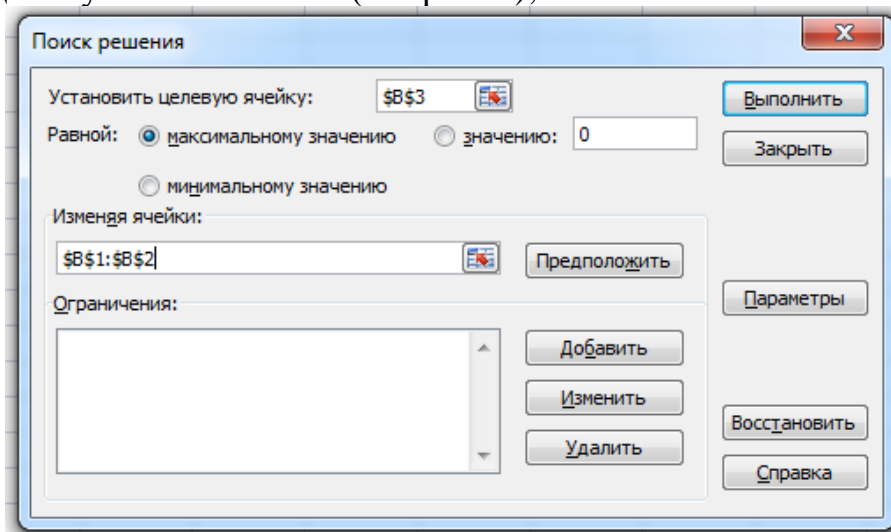





Рис. 4

- 7) в этом же окне *Поиск решения* осталось незаполненным поле *Ограничения*, поэтому надо нажать на кнопку *Добавить*: появится новое окно *Добавление ограничения*, в поле *Ссылка на ячейку* надо щёлкнуть по кнопке , затем выделить мышью диапазон ячеек В1÷В2 и снова щёлкнуть по кнопке , в следующем поле необходимо выбрать знак \geq , нажав , затем в поле *Ограничение* ввести 0 (см. рис. 5);

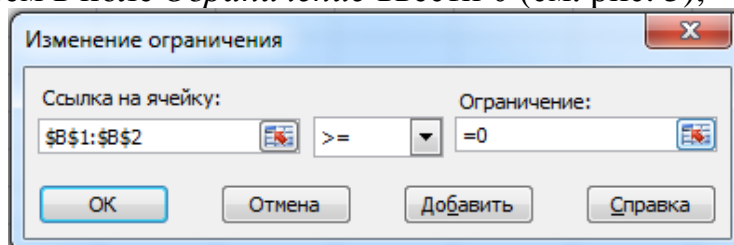







Рис. 5

- 8) в этом же окне *Добавление ограничения* нажать кнопку *Добавить* (появится новое лосье окно *Добавление ограничения*) и ввести новое ограничение: в поле *Ссылка на ячейку* надо щёлкнуть по кнопке , затем выделить мышью диапазон ячеек А7÷А9 и снова щёлкнуть по кнопке , в следующем поле необходимо выбрать знак \leq , нажав , затем в поле

Ограничение надо щёлкнуть по кнопке , затем выделить мышью диапазон ячеек C7÷C9 и снова щёлкнуть по кнопке  (см. рис. 6);

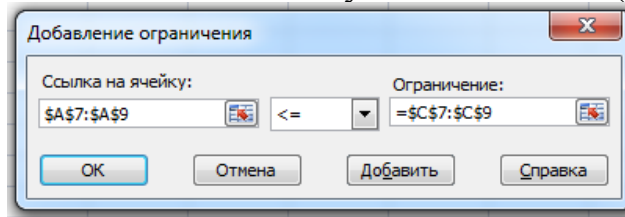


Рис. 6

- 9) теперь все ограничения нами учтены: надо нажать кнопку ОК, после чего снова откроется диалоговое окно *Поиск решения*, и надо нажать кнопку *Параметры*;
- 10) в диалоговом окне *параметры поиска решения* необходимо установить галочки напротив опций *Линейная модель* и *Неотрицательные значения* (рис. 7);

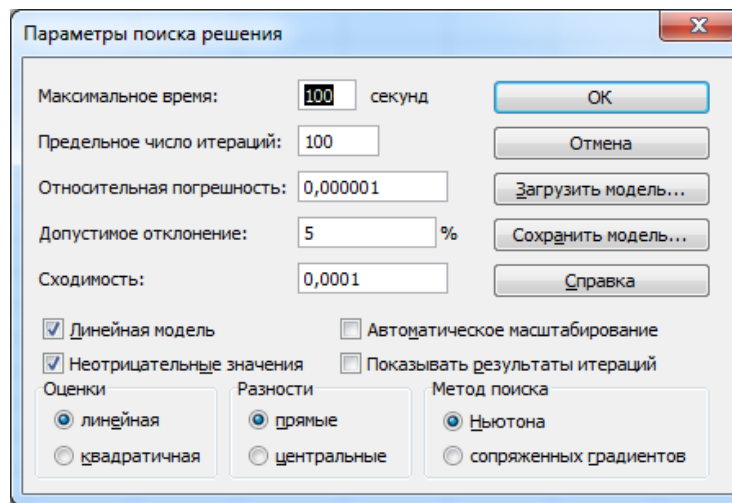


Рис. 7

- 11) щелкните кнопку ОК. Вы окажетесь в исходном окне. Теперь все готово для работы алгоритма поиска решения. Нажмем кнопку *Выполнить*. (рис.8);

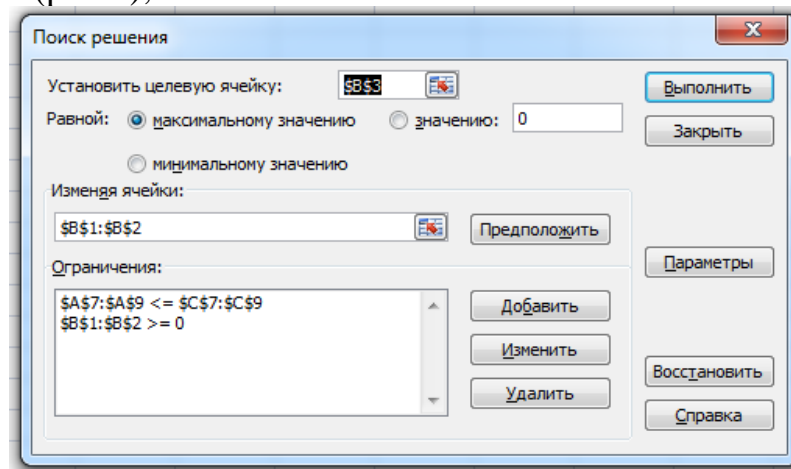


Рис. 8

- 12) в появившемся диалоговом окне *Результаты поиска решения* (в котором компьютер предлагает по умолчанию сохранить найденное решение) надо нажать кнопку ОК (рис. 9).

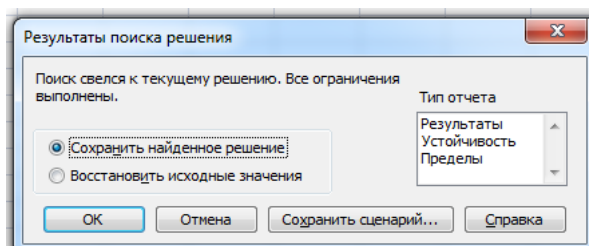


Рис. 9




13) Результат полученных вычислений представлен на рис. 10.

	A	B	C	D
1	x1=	560		
2	x2=	133,333333		
3	max	233600		
4				
5				
6	ограничения			
7	36 не более		36	
8	32 не более		32	
9	37,6 не более		40	

Рис. 10

Мы видим что вид таблицы изменился. В ячейках B1 и B2 появились значения 560 и 133,33 изделий A и B соответственно. При этом целевая функция достигает максимального значения 233 600. Кроме того в ячейках A7, A8, A9 появились значения 36, 32, 37,6, означающие максимально полное использование ресурсов времени работы машин.

Замечание 1. Если часть ограничений представляют собой неравенства другого знака (в данном случае \leq), то все коэффициенты и свободные члены для данных строк умножаются на -1 и знак выставляется одинаковый для всей системы.

Замечание 2. На практике часто требуется, чтобы на переменные налагалось условие целочисленности (например, если какой-то продукт нельзя разрезать на части, а можно добавлять в рацион только целыми порциями), в этом случае в окне *Добавление ограничения*, в поле *Ссылка на ячейку* надо щёлкнуть по кнопке , затем выделить мышью диапазон ячеек и снова щёлкнуть по кнопке , в следующем поле необходимо выбрать условие ЦЕЛ, нажав  (рис. 11).

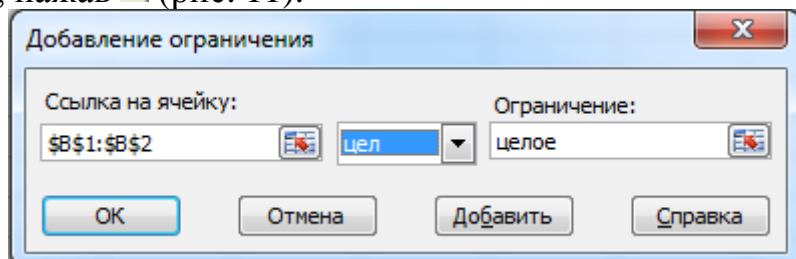


Рис. 11

ЗАДАНИЯ НА ЛАБОРАТОРНУЮ РАБОТУ

Решить задачу в Microsoft Excel.

Вариант 1. На мебельной фабрике из стандартных листов фанеры необходимо вырезать заготовки трёх видов в количествах, соответственно равных 24, 31 и 18 штук. Каждый лист фанеры может быть разрезан на

заготовки двумя способами. Количество получаемых заготовок при помощи раскроя приведено в таблице. В ней же указана величина отходов, которые получают при данном способе раскроя одного листа фанеры.

Вид заготовки	Количество заготовок (штук) при раскрое по способу	
	1	2
1.	2	6
2.	5	4
3.	2	3
Величина отходов (см ²)	12	16

Определить, сколько листов фанеры и по какому способу следует раскроить так, чтобы было получено не меньше нужного количества заготовок при минимальных отходах.

Вариант 2. Для осуществления перевозок по трем городским маршрутам используются автобусы двух типов. Автобусы первого типа вмещают 100 пассажиров, второго типа – 120 пассажиров. Количество автобусов на маршруте, необходимость в перевозке пассажиров, эксплуатационные расходы каждого вида автобусов даны в таблице.

Маршруты	Количество автобусов на маршруте		Необходимо перевезти пассажиров не менее, чел.
	1-й тип	2-й тип	
1	4	5	8000
2	-	6	6000
3	2	-	4000
Эксплуатационные расходы за один рейс	500	800	

Определить, какое количество рейсов должно быть выполнено автобусами на каждом маршруте, чтобы расходы от перевозок были минимальными.

Вариант 3. Фабрика выпускает два вида каш для завтрака. Используемые для производства обоих продуктов ингредиенты в основном одинаковы и, как правило, не являются дефицитом. Основным ограничением, накладываемым на объем выпуска, является наличие фонда рабочего времени в каждом из трех цехов фабрики. В приведенной ниже таблице указаны общий фонд рабочего времени и число человеко-часов, требуемое для производства 1 т продукта.

Доход от производства 1 т первого тип каши составляет 150 тысяч рублей, а от производства второго типа каши – 75 тысяч рублей. На настоящий момент нет никаких ограничений на возможные объемы продаж. Требуется спланировать работу фабрики так, чтобы общий доход за месяц был максимальным.

Цех	Необходимый фонд рабочего	Общий фонд
-----	---------------------------	------------

	времени, чел.-ч/т		рабочего времени, чел.-ч. в месяц
	1-й тип	2-й тип	
Производство	10	4	1000
Добавка приправ	3	2	360
Упаковка	2	5	600

Вариант 4. В таблице указано время, необходимое для производства двух наименований товаров в каждом из трёх производственных циклов:

Товар	Количество минут на цикл		
	Цикл А	Цикл В	Цикл С
1	20	10	40
2	30	20	30

Компания получает прибыль в 40 долл. США за единицу товара 1 и 50 долл. за единицу товара 2. На каждый из циклов имеется всего: цикл А – 1600 минут, цикл В – 1000 минут, цикл С – 2400 минут. Определите, в каком количестве необходимо выпускать каждый из товаров, чтобы максимизировать общую прибыль.

Вариант 5. Для изготовления компота двух видов используются яблоки, вишни, сливы. Наличное количество фруктов в килограммах для изготовления одной банки компота, цена одной банки компота каждого вида даются в таблице:

Фрукты	Вид компота		Запасы фруктов
	1	2	
Яблоки	1,6	0,8	8000
Вишни	0,4	0	1200
Сливы	0	1,2	9600
Цена одной банки, руб.	20	18	

Составить план производства, дающий максимальный доход от реализации всей продукции.

Вариант 6. Для выработки овощных консервов употребляют капусту и грибы. Расход их на одну банку консервов указан в таблице:

Вид консервов	Вид овощей	
	Капуста	Грибы
Солянка грибная	0,7	0,3
Овощное рагу	0,4	0,1

Какое количество банок грибной солянки и овощного рагу должно изготовить предприятие, чтобы получить наибольший доход, если в наличии имеется 500 кг капусты и 200 кг грибов, а отпускная цена солянки 19 руб. за банку, рагу – 12 руб.?

Вариант 7. Чаеразвесочная фабрика выпускает чай сорта А и В, смешивая 3 ингредиента: индийский, грузинский и Краснодарский чай.

Ингредиенты	Нормы расхода на 1 т. чая сорта (т)		Объем запасов (т)
	А	В	

Индийский чай	0,5	0,2	600
Грузинский чай	0,2	0,6	870
Краснодарский чай	0,3	0,2	430
Прибыль от реализации 1 т продукции	320	290	

Требуется составить план производства чая, максимизирующий прибыль.

Вариант 8. Предприятие выпускает два вида изделий P_1 и P_2 , на изготовление которых идет 3 вида сырья: S_1 ; S_2 ; S_3 , запасы которых равны 200, 110, 120 ед. Расход сырья на 1000 ед. продукции составляет: S_1 - 20; 10; S_2 - 20; 5; S_3 - 10; 10. Оптовая цена за 1000 шт. изделий составляет: 15; 17 тыс. рублей. Себестоимость производства 1000 шт. изделий составляет 12 и 15 тыс. рублей. Составить план выпуска продукции, обеспечивающий максимальную прибыль, предполагая, что сбыт неограничен.

Вариант 9. Небольшая фабрика изготавливает два вида красок: для внутренних (I) и наружных (II) работ. Продукция обоих видов поступает в оптовую продажу. Для производства красок используются два исходных продукта А и В. Максимально возможные суточные запасы этих продуктов составляют 6 и 8 т, соответственно. На одну тонну краски I расходуется 2 т продукта А и 1 т продукта В. На одну тонну краски II расходуется 1 т продукта А и 2 т продукта В. Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на краску I никогда не превышает спроса на краску II более чем на 1 т. Кроме того, установлено, что спрос на краску I никогда не превышает 2 т в сутки. Оптовые цены одной тонны краски равны: 2 тыс. долл. для краски I и 3 тыс. долл. для краски II. Какое количество краски каждого вида должна производить фабрика, чтобы доход от реализации продукции был максимальным?

Вариант 10. На каждую автоколонну из 10 машин, направленных для вывоза груза из района А, выделяется 4 передвижных мастерских, 3 машины тех помощи, 2 мотоцикла. На такую же автоколонну для вывоза груза из района В выделяется 3 передвижные мастерские, 1 машина тех помощи. Одна колонна из района А вывозит 2 тыс. тонн груза, из района Б - 1 тыс. тонн груза. Какое количество автоколонн следует направить в каждый район, чтобы обеспечить максимальный вывоз груза, если имеется 200 машин, 20 авторемонтных мастерских, 10 машин тех помощи, 16 мотоциклов?